

## **СЕКЦИЯ «ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ МАТЕМАТИКА И КИБЕРНЕТИКА»**

|  |           |
|--|-----------|
| <b>ПОДСЕКЦИЯ «МАТЕМАТИКА» .....</b>  | <b>3</b>  |
| Подподсекция «Дифференциальные уравнения и теория управления» .....                          | 3         |
| Богомазова Татьяна Сергеевна .....   | 3         |
| Ботвиновский Евгений Александрович .....   | 4         |
| Гончаров Олег Игоревич .....   | 5         |
| Закройщиков Вадим Николаевич .....   | 6         |
| Канунникова Елена Александровна .....  | 7         |
| Капалин Иван Владимирович .....  | 8         |
| Корсун Мария Михайловна .....  | 10        |
| Кочетков Евгений Леонидович .....  | 11        |
| Крыжановский Дмитрий Иванович .....  | 12        |
| Куликова Валентина Евгеньевна .....  | 13        |
| Лобанова Галина Андреевна .....  | 14        |
| Лукашева Екатерина Николаевна .....  | 15        |
| Марков Алексей Сергеевич .....   | 16        |
| Микушин Дмитрий Николаевич .....   | 17        |
| Морозов Артем Валерьевич .....   | 18        |
| Никитин Кирилл Дмитриевич .....  | 18        |
| Никольский Илья Михайлович .....   | 19        |
| Романова Наталья Сергеевна .....   | 20        |
| Сучков Егор Петрович .....   | 21        |
| Холмеева Анна Андреевна .....  | 22        |
| Подподсекция «Интеллектуальный статистический анализ данных» .....                           | 24        |
| Ахуньянов Ирек Халилович .....   | 24        |
| Бадзян Андрей Игоревич .....   | 25        |
| Гончаров Алексей Николаевич .....  | 26        |
| Горбунова Анна Сергеевна, Мееров Иосиф Борисович .....                                       | 27        |
| Горшенин Андрей Константинович .....   | 28        |
| Захаров Константин Владимирович .....  | 29        |
| Зубайраев Тимур Асламбекович .....   | 30        |
| Иофина Галина Владимировна, Ветров Дмитрий Петрович, Кропотов<br>Дмитрий Александрович ..... | 31        |
| Клоков Кирилл Юрьевич .....  | 32        |
| Кондраков Иван Александрович .....   | 33        |
| Пустовойтов Никита Юрьевич .....   | 34        |
| Холмов Алексей Владимирович .....  | 35        |
| Шаманаев Антон Сергеевич .....   | 36        |
| Шевцова Ирина Геннадьевна .....  | 37        |
| Ярославцева Лариса Сергеевна .....   | 38        |
| Подподсекция «Дискретная математика и кибернетика» .....                                     | 40        |
| Данилов Александр Анатольевич .....  | 40        |
| Королева Татьяна Александровна .....   | 41        |
| Максимов Алексей Алексеевич .....  | 42        |
| Малышев Дмитрий Сергеевич .....  | 43        |
| Смышляев Станислав Витальевич .....  | 44        |
| <b>Подсекция «Программирование» .....</b>  | <b>45</b> |

|  |    |
|--|----|
| Подподсекция «Аппаратная база и общая теория программирования» _____       | 45 |
| Адинец Андрей Викторович .....   | 45 |
| Баранов Константин Александрович .....                                     | 47 |
| Батманов Кирилл Николаевич .....   | 48 |
| Глотов Артем Владимирович.....   | 49 |
| Колосов А.П., Рыжков Е.А. ....   | 50 |
| Крижановский Александр Викторович.....                                     | 51 |
| Севрюков Богдан Геннадьевич .....  | 52 |
| Хританков Антон Сергеевич.....   | 53 |
| Шестов Петр Евгеньевич.....  | 54 |
| Подподсекция «Компьютерная графика» _____                                  | 55 |
| Богданов Алексей Александрович, Якубенко Антон Анатольевич.....            | 55 |
| Васильева Марина Юрьевна, Закиев Айдар Азатович .....                      | 56 |
| Гаганов Виктор Александрович, Игнатенко Алексей Викторович.....            | 57 |
| Гладких Николай Александрович .....  | 58 |
| Дышкант Наталья Федоровна .....  | 59 |
| Зейналов Рамиз Шакирович .....   | 60 |
| Комарова Наталья Евгеньевна, Якубенко Антон Анатольевич .....              | 61 |
| Кононов Владимир Андреевич, Конушин Вадим Сергеевич .....                  | 62 |
| Кудинов Павел Юрьевич .....  | 63 |
| Лебедев Андрей Сергеевич, Ильин Андрей Алексеевич .....                    | 64 |
| Обухов Антон Николаевич, Гришин Сергей Викторович .....                    | 65 |
| Сенюкова Ольга Викторовна, Якубенко Антон Анатольевич.....                 | 67 |
| Сикачев Петр Петрович, Игнатенко Алексей Викторович .....                  | 68 |
| Симонян Карен Ашотович, Гришин Сергей Викторович .....                     | 69 |
| Синявский Виталий Александрович, Ильин Андрей Алексеевич .....             | 70 |
| Ускова Екатерина Анатольевна, Ильин Андрей Алексеевич .....                | 71 |
| Чепурнова Екатерина Викторовна, Игнатенко Алексей Викторович.....          | 72 |
| Подподсекция «Искусственный интеллект интеллектуальная обработка данных» _ | 73 |
| Баранов Василий Александрович, Петухов Андрей Александрович .....          | 73 |
| Васильева Наталья Эрнестовна .....   | 74 |
| Жилкин Михаил Юрьевич.....   | 76 |
| Лебедев Андрей Сергеевич .....   | 77 |
| Мартыненко Александр Анатольевич.....                                      | 78 |
| Недумов Ярослав Ростиславович .....  | 79 |
| Несвитайло Александр Александрович .....                                   | 80 |
| Самусев Семен Александрович .....  | 81 |
| Седова Яна Анатольевна .....   | 82 |
| Шамина Ольга Игоревна, Козлов Дмитрий Дмитриевич.....                      | 83 |

**ПОДСЕКЦИЯ «МАТЕМАТИКА»****Подподсекция «Дифференциальные уравнения и теория управления»****Оптимальное управление для динамических систем****с ненадежными каналами связи****Богомазова Татьяна Сергеевна***студентка 5 курса**Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова, факультет  
Вычислительной Математики и Кибернетики, г.Москва, Россия**E-mail: bo\_tanchik@mail.ru*

На практике часто возникает необходимость обеспечения возможности управления динамическими системами через ненадежную систему сетевых коммуникаций.

Примером может служить задача управления объектом, на основе наблюдения за такими характеристиками этого объекта, как его положение в пространстве и скорость. Предположим что измерения, полученные в ходе наблюдения, и само управление, передаваемое объекту, могут быть потеряны с некоторой вероятностью из-за ненадежности беспроводной связи. Заметим, что в этом случае, наряду с классическими вопросами управляемости (наблюдаемости) и устойчивости динамической системы, возникает также задача определения критического объема потерь, при котором контроллер уже не может управлять движением объекта в соответствии с заданной целью движения. Вследствие этого появляются проблемы проектирования протоколов связи, обеспечивающих уровень потерь ниже критического, и нахождения способов их коррекции при потере управления.

В данной работе рассматривается система сетевых коммуникаций, состоящая из объекта, динамика которого описывается линейным уравнением, управляющего устройства и сенсора, производящего наблюдения за состоянием объекта в условиях помех (см. [1]). Ненадежность каналов связи на этапах передачи информации от сенсора к контроллеру и от контроллера к объекту моделируется при помощи бернуллиевских случайных величин с заданной вероятностью успеха. Исследуется задача поиска оптимального управления, минимизирующего квадратичную функцию потерь. Рассматриваются протоколы связи двух типов – Transmission Control Protocol (TCP) и User Datagram Protocol (UDP). Для решения задачи применяется метод динамического программирования и элементы теории фильтрации Калмана.

Для иллюстрации полученных теоретических результатов рассмотрена задача стабилизации обратного маятника. Для решения этой задачи произведено моделирование в среде Simulink, результаты которого визуализированы при помощи Virtual Reality Toolbox пакета MATLAB.

**Литература**

1. Orhan C. Imer, Serdar Yuksel, Tamer Basar. Optimal Control of LTI Systems over Unreliable Communication Links. *Automatica, Journal of IFAC*, vol. 42 , pp. 1429-1439, September 2006.
2. Острем К. Введение в стохастическую теорию управления. М. Мир, 1973.
3. Simon Haykin. *Kalman Filtering and Neural Networks*. Communication Research Laboratory, McMaster University, Hamilton, Ontario, Canada, 2001.

**Исследование одного метода решения гиперβολо-параболической системы  
на сфере<sup>1</sup>**

**Ботвиновский Евгений Александрович**

*аспирант*

*Институт вычислительной математики РАН, Москва, Россия*

*e-mail: air67@yandex.ru*

В области  $Q_T \equiv \Omega \times (0, T)$ , где  $\Omega$  – многообразие, заданное на поверхности сферы радиуса  $R$ ,  $T < \infty$ , рассматривается задача об отыскании функций  $\mathbf{U} \equiv (u, v)$ ,  $\zeta$  таких, что

$$\begin{aligned} HU_t - v\Delta_\beta U + K(HU) + gH\nabla\zeta = \mathbf{f}, \quad \zeta_t + \operatorname{div}HU = f_3, \\ \mathbf{U}|_{\partial\Omega} = 0, \quad \mathbf{U}|_{t=0} = \mathbf{U}_{(0)}, \quad \zeta|_{t=0} = \zeta_{(0)}, \end{aligned} \quad (1)$$

где

$$\Delta_\beta \equiv \Delta + \beta DU, \quad \beta \in [0, 1], \quad DU \equiv \frac{1}{R^2 \sin^2 \theta} \left( -u + 2 \cos \theta \frac{\partial v}{\partial \lambda}, -v - 2 \cos \theta \frac{\partial u}{\partial \lambda} \right), \quad \Delta \equiv \operatorname{div} \cdot \Delta,$$

$$\mathbf{f} = (f_1, f_2) \in (L_2(Q_T))^2, \quad f_3 \in L_2(Q_T), \quad \mathbf{U}_{(0)} = (u_{(0)}, v_{(0)}) \in \left( \overset{\circ}{W}_2^1(\Omega) \right)^2, \quad \zeta_{(0)} \in L_2(\Omega),$$

$$K(\mathbf{U}) = \begin{bmatrix} \frac{r^*}{H} |U| & -l \\ l & \frac{r^*}{H} |U| \end{bmatrix}, \quad v, g, r^* = \text{const}, \quad H \in C^{(1)}(\Omega), \quad v, r^*, H > 0 \text{ в } \Omega.$$

В работе предлагается и исследуется алгоритм решения (1), базирующийся на применении методов расщепления и подходов теории оптимального управления.

Для аппроксимации задачи по методу расщепления вводится сетка  $t_j = j\Delta t$ ,  $j = 0, 1, \dots, N_T$ ,  $\Delta t = T/N_T$  и на каждом отрезке  $(t_{j-1}, t_j)$  применяется схема расщепления вида [1]:

$$\begin{aligned} H(\mathbf{U}_j^{(1)} - \mathbf{U}_{j-1}^{(1)})/\Delta t - v\Delta_\beta(\mathbf{U}_j^{(1)} + \mathbf{U}_{j-1}^{(1)})/2 + bH\mathbf{U} + gH\nabla(\zeta_j^{(1)} + \zeta_{j-1}^{(1)})/2 = \mathbf{f}_{j-1/2}, \\ (\zeta_j^{(1)} - \zeta_{j-1}^{(1)})/\Delta t + \operatorname{div}H(\mathbf{U}_j^{(1)} + \mathbf{U}_{j-1}^{(1)})/2 = f_{3,j-1/2}, \quad \mathbf{U}_j^{(1)}|_{\partial\Omega} = 0, \quad \mathbf{U}_{j-1}^{(1)} = \mathbf{U}_{j-1}^{(2)}, \quad \zeta_{j-1}^{(1)} = \zeta_{j-1}^{(2)}. \end{aligned} \quad (2)$$

$$(\mathbf{U}_j^{(2)} - \mathbf{U}_{j-1}^{(2)})/\Delta t + K_{j-1/2}(\mathbf{U}_j^{(2)} + \mathbf{U}_{j-1}^{(2)})/2 = 0, \quad \mathbf{U}_j^{(2)}|_{\partial\Omega} = 0, \quad \mathbf{U}_{j-1}^{(2)} = \mathbf{U}_j^{(1)}. \quad (3)$$

Реализация (3) очевидна, а (2) сводится к решению задач типа:

$$-a\Delta_\beta \mathbf{U} + bH\mathbf{U} + cH\nabla\zeta = \mathbf{F}, \quad c\operatorname{div}H\mathbf{U} + bg\zeta = G, \quad \mathbf{U}|_{\partial\Omega} = 0. \quad (4)$$

Построение численного решения (4) осуществляется с применением подходов теории оптимального управления [2] и, как показано в настоящей работе, может быть получено следующим итерационным процессом: если  $\zeta = \zeta^{(k)}$  задано, то последовательно решаются следующие задачи:

$$-a\Delta_\beta \mathbf{U}^{(k)} + bH\mathbf{U}^{(k)} = \mathbf{F} - cH\nabla\zeta^{(k)}, \quad \mathbf{U}|_{\partial\Omega} = 0. \quad (5)$$

$$-a\Delta_\beta \mathbf{U}^{*(k)} + bH\mathbf{U}^{*(k)} = -c\nabla(c\operatorname{div}H\mathbf{U}^{*(k)} + gb\zeta^{(k)} - G), \quad \mathbf{U}^{*(k)}|_{\partial\Omega} = 0. \quad (6)$$

$$\zeta^{(k+1)} = \zeta^{(k)} - \gamma_k (\alpha\zeta^{(k)} + c\operatorname{div}(H\mathbf{U}^{*(k)}) + gb(c\operatorname{div}(H\mathbf{U}^{(k)}) + gb\zeta^{(k)} - G), \quad k = 0, 1, \dots \quad (7)$$

В работе исследуются вопросы сходимости предложенного алгоритма, получены параметры итерационного процесса, ускоряющие его сходимость, и приводятся результаты численных экспериментов.

<sup>1</sup> Работа выполнена при поддержке РФФИ (проект 07-01-00714)

### Литература

- [1] Марчук Г. И., Каган Б. А. *Океанские приливы*. – Ленинград: Гидрометеиздат, 1977.  
 [2] Агошков В. И. Методы оптимального управления и сопряженных уравнений в задачах математической физики. – М.: ИВМ РАН, 2003.

#### Наблюдатель для многосвязанных систем

#### с произвольным относительным порядком

*Гончаров Олег Игоревич*

*студент*

*Московский Государственный Университет имени М.В. Ломоносова,  
 факультет Вычислительной Математики и Кибернетики, Москва, Россия*

*e-mail: goncharovoi@yandex.ru*

Рассматривается классическая задача наблюдения для динамической системы:

$$\dot{x}' = Ax + B(u + f),$$

$$y = Cx,$$

где  $x(t)$  -- неизвестный фазовый вектор;  $u(t)$ ,  $y(t)$  -- известный вход и выход системы;  $f(t)$  -- неизвестное возмущение;  $A$ ,  $C$ ,  $B$  -- известные постоянные матрицы. Требуется по доступной информации о системе построить оценку неизвестного фазового вектора.

Задача решается в следующих предположениях:

- тройка  $\{C, A, B\}$  находится в общем положении,
- матрицы  $C$  и  $B$  – полного ранга,
- возмущение  $f(t)$  ограничено известной мажорантой,
- нулевая динамика системы устойчива,
- система квадратная (размерности входа и выхода совпадают),
- выполнено определение относительного порядка по Исидори.

Как правило, при рассмотрении подобных задач (см. [1]) вместо требований 5 и 6, предполагают, что число выходов системы не меньше числа неизвестных входов, и матрицы  $CB$  имеет полный ранг. Для скалярных систем последнее означает, что система имеет первый относительный порядок. В случае векторных систем этому ограничению можно придать аналогичный смысл.

В [2] описан метод решения этой задачи для скалярных систем с произвольным относительным порядком, основанный на построении иерархической обратной связи по ошибке наблюдения. Данная работа обобщает этот метод на квадратные многомерные системы с произвольным (векторным) относительным порядком.

Сначала, при помощи невырожденного преобразования координат описанным в [3] исходная система приводится к каноническому виду, в котором первая группа уравнений описывает нулевую динамику системы, а оставшиеся уравнения можно рассматривать как несколько связанных скалярных подсистем максимального относительного порядка с непосредственно наблюдаемыми выходами. После чего при помощи иерархии коэффициентов обратной связи по ошибке наблюдения строится наблюдатель, обеспечивающий в асимптотике заданную точность наблюдения.

### Литература

1. А.В. Ильин, С.К. Коровин, В.В. Фомичев, А. Хлавленка Наблюдатели для линейных динамических систем с неопределенностью. // Дифференц. уравнения, 2005, Т. 41, № 11, стр. 1443-1457
2. С.К. Коровин, В.В. Фомичев. Наблюдатели состояния для линейных систем с неопределенностью. // М.: ФИЗМАТЛИТ, 2007, стр. 127-137

З.С.К. Коровин, А.В. Ильин, В.В. Фомичев. Об одной канонической форме векторных управляемых систем. // ДАН. Теория управления, 2007, Т.414, №3, стр. 320-324

**Параметризация невыпуклых областей достижимости с помощью эллипсоидальных аппроксимаций.**

**Закройщиков Вадим Николаевич**

*аспирант*

*Московский Государственный Университет им. М.В. Ломоносова, ф-т ВМиК, Москва, Россия*

*e-mail: vadimzkr@mail.ru*

Данный доклад посвящен использованию эллипсоидального оценивания для параметризации невыпуклых множеств достижимости в задачах управления.

Напомним, что область достижимости для системы управления общего вида, в некоторый момент времени, представляет собой множество всех состояний, достижимых в этот момент времени из каждого начального состояния при помощи всевозможных допустимых управлений, удовлетворяющих некоторым ограничениям.

Невыпуклые множества достижимости могут встречаться, например, в задачах управления гибридными системами. В настоящем докладе рассматривается пример гибридной системы, состоящей из трех линейных подсистем управления. Заметим, что для обыкновенной линейной системы управления область достижимости – выпуклое множество, но для гибридной системы область достижимости не обязательно будет выпуклой. Это происходит вследствие процесса переключения с одной системы на другую, имеющего место на априорно заданных множествах. Возникает вопрос об эффективном вычислении данных областей. Для решения данной задачи применяется метод внешних эллипсоидальных аппроксимаций для “обычных” линейных систем управления, позволяющий с помощью эллипсоидальных аппроксимаций получить параметризацию исходного невыпуклого множества достижимости.

Таким образом, исходная невыпуклая область достижимости представляется как объединение по интервалу времени выпуклых областей достижимости, каждое из которых представляется как пересечение внешних эллипсоидальных аппроксимаций, соответствующих направлениям с единичной сферы. Наличие такой эллипсоидальной параметризации позволяет представить невыпуклую область достижимости как множество уровня соответствующей функции квадратичных форм.

Исследуется два варианта параметризации - минимаксная и максиминная параметризация эллипсоидов. Приведен пример, что в первом случае получаем точное представление невыпуклой области достижимости, во втором – верхнюю оценку.

**Литература:**

1. Kurzhanski A.B., Varaiya P. On ellipsoidal techniques for reachability analysis. Parts I, II // Optimization Methods and Software, 2002, v.17, pp. 187-237
2. Куржанский А.Б., Варайя П. Задачи динамики и управления в гибридных системах. // “Теория управления и теория обобщенных решений уравнений Гамильтона-Якоби”, Труды международного семинара, Екатеринбург, 2005, том 1

## Исследование модифицированного метода инверсии для решения краевых задач в полубезграничных средах

*Канунникова Елена Александровна*

*аспирант*

*Белгородский государственный технологический университет им. В.Г. Шухова,  
Энергетический факультет, Белгород, Россия*

*e-mail: postgraduate@hotbox.ru*

В данной работе предлагается модифицированный метод инверсии для полубезграничных сред (МИПС), применяемый при решении задач геофизики, аэро- и гидродинамики, электростатики и др. Исследуются задачи вида: расчет трехмерных электрических полей (ЭП) стержневых электродов на примере молниеотводов; расчет ЭП высоковольтных линий электропередач на примере высоковольтной биполярной линии постоянного тока напряжением 533 кВ Cahora Bassa [1], трехфазной линии электропередач 735 кВ второго поколения компании «Гидро-Квебек» [2] и др.

В МИПС основная область расчета имеет форму полукруга для плоских и осесимметричных задач, либо полусферы для объемных задач. Кроме основной области, вводится дополнительная область такого же размера и формы. При этом для задач [1, 2] с учетом проводящей поверхности значение на границе, расположенной по диаметру полукруга, основной и дополнительной областей совпадает со значением потенциала на бесконечности и равно нулю. В узлах этих областей значения рассчитываются методом конечных разностей. В граничных узлах областей расчет ведется по формулам, аналогично как для внутренних узлов, а значения в них, не входящих в основную область, берутся из дополнительной области, и наоборот. При этом основная и дополнительная области оказываются как бы склеенными по границам.

Результаты расчетов МИПС сравнивались с данными, полученными методами зеркальных изображений [1], полос [2], интегральных уравнений и др. При тестировании МИПС на задаче с проводником бесконечной длины над поверхностью земли обнаружена важная закономерность – зависимость относительной погрешности расчета  $\delta$  поля потенциалов МИПС в сравнении с методом [1] от заданной точности расчета  $\xi$  при различной конфигурации исследуемой области. При аппроксимации полукруга прямоугольниками с уменьшением  $\xi$  на определенном шаге начинает возрастать  $\delta$ , что было обнаружено впервые. В зависимости от их формы погрешность  $\delta$  различна. С учетом начальных условий: расстояние от проводника до поверхности земли  $H = 0,25$  м, радиус провода 0,01 м, линейная плотность заряда  $10^{-9}$  Кл/м, форма области  $4H \times 4H$  и при уменьшении  $\xi$  до значения  $\xi_k = 0,003$  погрешность  $\delta$  уменьшается, а затем при дальнейшем уменьшении  $\xi$  ( $\xi < \xi_k$ ) величина  $\delta$  нарастает по экспоненциальной зависимости. Если высота области больше ее длины, то погрешность  $\delta$  нарастает с градиентом порядка 300, в противном случае – с градиентом порядка 60. Если форма области полукруглая, то  $\delta$  стремится к нулю при  $\xi < 10^{-4}$ , т.е. расчеты МИПС и методом зеркальных изображений совпадают. Предлагается методика выбора размера и формы основной области для моделирования объектов. Важно отметить, что МИПС в сравнении с методами полос и зеркальных изображений обладает существенным преимуществом, т.к. позволяет выполнять расчеты, например, относительно непроводящей поверхности с учетом граничного условия в виде  $\partial\psi/\partial n = 0$ .

### Литература

1. Holtzhausen, J.P. Corona On The Cahora Bassa DC Line: Theory And Tests On A Scale Model / J.P. Holtzhausen, H. Hendricks, P.J. Pieterse // SAUPEC 2002, Vanderbiltpark, January 2002. – P. 123-127.

2. Yang, Y. The strip simulation method for computing electric field on conductor surfaces / Y. Yang, D. Dallaire, J. Ma, and F. P. Dawalibi // Proceedings of the Third IASTED International Conference on Power and Energy Systems, EuroPES 2003, Marbella, Spain, Sept. 3-5. – 2003. – P. 353-357.

**Стабилизаторы минимального порядка  
для линейных векторных динамических систем**

**Капалин Иван Владимирович**

*аспирант*

*Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова, Москва, Россия*

*E-mail: ikapalin@gmail.com*

**Введение**

Рассматривается линейная динамическая система вида :

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + Bu, \\ y = Cx, \end{cases} \quad (1)$$

где  $x(t) \in \mathcal{R}^n$  – состояние системы,  $u(t) \in \mathcal{R}^r$  – вход,  $y(t) \in \mathcal{R}^l$  – выход,

$A, B, C$  – постоянные матрицы соответствующих размерностей.

Системе (1) соответствует передаточная функция вида:

$$W(s) = C(sI - A)^{-1} B, \text{ если } \mathbf{r} = \mathbf{l} = 1, \text{ то}$$

$$W(s) = \frac{\beta(s)}{\alpha(s)}, \text{ где } \alpha(s) \text{ – характеристический полином матрицы } A,$$

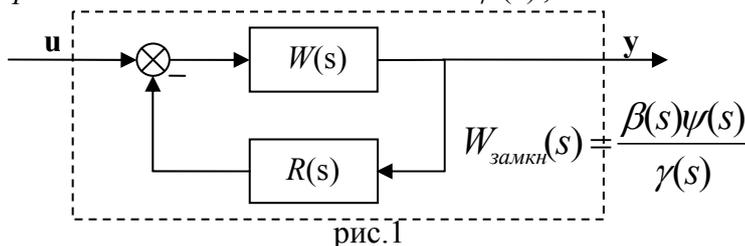
$\beta(s)$  – полином степени не выше степени полинома  $\alpha(s)$ .

В случае  $\mathbf{r} = \mathbf{l} = 1$ , под задачей стабилизации понимается построение такого оператора

$$R(s) = \frac{\varphi(s)}{\psi(s)}, \text{ где } \psi(s) \text{ и } \varphi(s) \text{ – полиномы, } \deg \psi(s) = k, \deg \varphi \leq k,$$

такие что полином  $\gamma(s) = \alpha(s)\psi(s) + \beta(s)\varphi(s)$ ,

отвечающий замкнутой системе (рис. 1), является устойчивым (гурвицевым). *Порядком стабилизатора* называется степень полинома  $\psi(s)$ , знаменателя оператора  $R(s)$ .



В теории управления классическая задача построения стабилизатора решена, но на практике представляет интерес нерешенная задача о построении стабилизатора **минимального** порядка (т.е. при минимальном  $k$ ). В случае  $\mathbf{r} = \mathbf{l} = 1$ , задача поиска минимального стабилизатора сведена [1] к задаче о поиске устойчивого полинома в линейном многообразии вида:

$$Hq = h,$$

где  $H \in \mathfrak{R}^{2(n-k-1) \times (n+k)}$ ,  $h \in \mathfrak{R}^{2(n-k-1) \times 1}$  и зависят

от коэффициентов исходной системы,

(2)

$q$  – неизвестный вектор коэффициентов

гурвицева полинома.

Чтобы найти минимальный возможный порядок стабилизатора нужно найти минимальное  $k$ , при котором система (2) имеет решение. Данная работа посвящена обобщению этого результата на случай векторных систем ( $l > 1$  или  $r > 1$ ).

### Практическая применимость

В теории управления задача поиска стабилизатора минимального порядка является классической, в общем случае нерешенной задачей. Актуальность этой задачи состоит в том, что порядок стабилизатора, в конечном счете, отражает сложность механизма стабилизатора, чем проще он, тем более надежна система в целом.

Задача поиска устойчивого полинома в линейном аффинном многообразии пока не имеет простого решения уже в случае системы размерности 4. Существуют различные способы сведения этой задачи к задаче поиска глобального минимума, которую можно практически решать с помощью эволюционных методов.

### Результаты

Задача (1) в случае  $l > 1$ ,  $r = 1$  сведена к задаче вида :

$$Hq = h,$$

где  $H \in \mathfrak{R}^{(n+k-m) \times (n+k-1)}$ ,  $h \in \mathfrak{R}^{(n+k-m) \times 1}$ , и константа  $m$ ,

$0 \leq m \leq \min(lk, n+k)$  : зависят от коэффициентов

(3)

исходной системы,

$q$  – неизвестный вектор коэффициентов

гурвицева полинома.

Теперь чтобы найти минимальный порядок стабилизатора, необходимо найти минимальное  $k$ , при котором система (3) имеет решение.

Так же в процессе исследования были получено достаточное условие отсутствия общих корней у 3-х и более полиномов, представление передаточной функции векторной системы замкнутой обратной связью со стабилизатором.

### Литература

1. С.К.Коровин, А.В. Ильин, И.С. Медведев, В.В. Фомичев. К теории функциональных наблюдателей и стабилизаторов заданного порядка. // ДАН. Теория управления, 2006, Т.409, №5, стр. 601-605.
2. Е.М.Смагина, Вопросы анализа линейных многомерных объектов, с использованием понятия нуля системы. // Томск: изд-во Томского ун-та, 1990.
3. Ф.Р. Гантмахер Теория матриц. // М.: Наука. Физматлит, 1967
4. Б.Т. Поляк, П.С. Щербаков Робастная устойчивость и управление // Под ред. д.т.н. А.П. Курдюкова. М.: Наука, 2002

## Вычислительные схемы моделирования нестационарных задач электромагнетизма

*Корсун Мария Михайловна*

*аспирант*

*Новосибирский государственный технический университет, Новосибирск, Россия*

*e-mail: maria.korsun@gmail.com*

Одной из задач при проектировании сложных магнитных систем, таких как ускорители заряженных частиц, является задача корректировки внешнего магнитного поля с помощью электромагнитных экранов, используя возникающие вихревые токи.

На этапе проектирования с помощью математического моделирования можно достаточно эффективно определять форму экрана, его физические характеристики, а также влияние этого экрана на внешнее магнитное поле всей системы.

В данной работе рассматривается математическая модель, позволяющая достаточно эффективно решать задачи такого типа с использованием метода конечных элементов.

### Математическая модель

Для решения нестационарных задач электромагнетизма, в которых электромагнитное поле формируется за счёт вихревых токов в объектах с высокой проводимостью, окруженных непроводящей средой, удобно применять математическую модель с совместным использованием векторного  $\mathbf{A}$  и скалярного  $U$  магнитных потенциалов.

Будем считать, что среда, в которой изучается электромагнитное поле, состоит из двух подобластей  $W^s$  и  $W^p$ : в подобласти  $W^s$  удельная проводимость  $s \neq 0$ , а в подобласти  $W^p$   $s = 0$  и отсутствуют сторонние токи. Магнитная проницаемость  $m$  в обеих подобластях может быть произвольной функцией координат.

Электромагнитное поле в этой модели описывается системой из двух уравнений:

векторного уравнения  $\text{rot} \frac{\text{rot} \mathbf{A}}{\text{im}} + s \frac{\mathbf{A}}{t} = \mathbf{J}^{\text{ст}}$  для вектор-потенциала  $\mathbf{A}$ ,

определенного в подобласти  $W^s$ , и скалярного уравнения  $-\text{div}(m \text{grad} U) = 0$  для

скалярного потенциала  $U$ , определенного в подобласти  $W^p$ . На поверхности  $S^3$  между подобластями  $W^p$  и  $W^s$  должны выполняться следующие условия сопряжения: условие непрерывности касательных составляющих напряженности магнитного поля  $\mathbf{H}$  и условие непрерывности нормальных составляющих магнитной индукции  $\mathbf{B}$ .

Особенностью рассмотренной модели является то, что во многих случаях для сохранения её корректности необходимо либо вводить поверхности разрыва скалярного магнитного потенциала внутри  $W^p$ , либо изменять способ деления расчётной области на подобласти  $W^p$  и  $W^s$ .

В докладе подробно освещены вопросы, связанные с построением конечноэлементных аппроксимаций, приведены результаты численного моделирования с использованием тетраэдральных и шестигранных конечных элементов, даны оценки сходимости и точности реализации вычислительной схемы.

### Литература

1. Соловейчик Ю.Г., Рояк М.Э. Совместное использование узловых и векторных конечных элементов для расчета трехмерных нестационарных электромагнитных полей // Сибирский журнал индустриальной математики. – 2004. – Т. 7. – № 3(19) – С. 132-147.

### Численное решение задачи крупномасштабной гидродинамики со свободной поверхностью

**Кочетков Евгений Леонидович**

*студент*

*Московский Государственный Университет имени М.В. Ломоносова,  
факультет Вычислительной Математики и Кибернетики, Москва, Россия  
e-mail: eugkoch\_su@mail.ru*

Рассматривается задача динамики крупных водоемов (рек, озер, водохранилищ). Целью работы является построение схемы решения задачи, позволяющей в рамках единого подхода описать движение жидкости в сложных системах рек и озер, эстуариях. Задача является актуальной при исследовании как отдельных водоемов и их участков, так и сложных их систем на региональном уровне, а со временем подобная модель может быть востребована и климатическими моделями. Кроме того, представляют интерес задачи гидрохимии и гидробиологии, обеспечения безопасности судоходства и моделирования опасных явлений.

Исследуется система трехмерных уравнений гидродинамики. Предполагается, что масштабы и характер движения в водоемах таковы, что к ним применимы приближения гидростатики и Буссинеска. Одной из трудностей задачи является сложная геометрия области, обусловленная как изрезанной береговой границей, так и нетривиальным рельефом дна. Кроме того, для описания системы водоемов с различными пространственными масштабами сетка должна быть неравномерной. Принципиальной проблемой является построение модели с сильно меняющейся во времени и пространстве верхней границей области. Для ее преодоления предлагается перейти к другой системе координат по вертикали, отличной от распространенной  $\sigma$ -координаты, и задающейся формулой  $z^* = H(x, y) \frac{z - \eta(x, y, t)}{H(x, y) + \eta(x, y, t)}$ , где  $\eta(x, y, t)$  - уровень свободной поверхности,  $H(x, y)$  - глубина водоема, а ось  $z$  направлена вверх. Область в новых координатах не меняется во времени, в значительной степени снимается проблема аппроксимация градиента давления, характерная для  $\sigma$ -координаты, легче ставится главное граничное условие для давления на верхней поверхности. Формулируется классическая и обобщенная постановка задачи в преобразованной системе координат. Описывается алгоритм численного решения полученной системы. Пространственная аппроксимация решения строится на основе метода конечных элементов. В качестве трехмерных элементов дискретизации области выбраны прямые треугольные призмы. Для построения квазиравномерной в заданной метрике поверхностной триангуляции используется пакет Ani2D, разработанный К. Липниковым и Ю. Василевским. В качестве схемы по времени на данном этапе используется явный метод Эйлера. Получающиеся в результате системы линейных уравнений решаются методом GMRES с предобуславливателем семейства  $ilu(k)$  (используется пакет SPARSKIT). Численный алгоритм решения реализован в виде программы на языке Fortran. Для тестирования программы были произведены расчеты для решения уравнения Пуассона и уравнения теплопроводности в параллелепипеде. В заключении

рассматривается несколько модельных задач, в том числе задача о распаде ступеньки, имеющая аналитическое решение как для вращающейся, так и для невращающейся жидкости.

### Оптимизация грузоперевозок с использованием имитационного моделирования

*Крыжановский Дмитрий Иванович*

*ассистент кафедры САПР и ПК*

*Волгоградский государственный технический университет, г. Волгоград, Россия*

*e-mail: dmitry.kryzhanovsky@gmail.com*

В настоящее время выделяют две основные схемы организации грузоперевозок: прямую (груз непосредственно доставляется от отправителя к получателю) и терминальную (груз доставляется к получателю через каскады промежуточных узлов – терминалов). Во втором случае помимо собственно транспортирования груза имеют место погрузо-разгрузочные и складские процессы, что делает терминальную схему более сложной для изучения и организации на практике. В то же время, именно терминальная схема позволяет сделать управление транспортными потоками более централизованным, и, как следствие, повысить экономическую эффективность транспортирования грузов в целом.

В представляемой работе была создана имитационная модель перевозок по прямой и терминальной схемам. В модели участвовало 130 параметров. Работа преследовала две основные цели: 1) сравнить эффективность прямой и терминальной схем; 2) определить множества значений параметров модели, при которых грузоперевозки имеют наибольшую эффективность. Показателями эффективности служили следующие коэффициенты:  $K_1 = \sum C_{\text{ФАКТ}} / \sum C_{\text{ПЛАН}}$ ,  $K_2 = \sum C_{\text{IN-TIME}} / \sum C_{\text{ФАКТ}}$ ,  $K_3 = S / \sum C_{\text{ФАКТ}}$ . Здесь  $\sum C_{\text{ПЛАН}}$  – стоимость партий грузов, подлежащих доставке,  $\sum C_{\text{ФАКТ}}$  – стоимость партий грузов фактически доставленных,  $\sum C_{\text{IN-TIME}}$  – суммарная стоимость партий грузов, доставленных в срок,  $S$  – общие затраты на перевозку, погрузку, разгрузку, складирование и хранение грузов. Кроме того, использовался обобщенный коэффициент эффективности:  $K = K_1 K_2 / K_3$ .

Имитационная модель была реализована в виде программы на ЭВМ. На каждой итерации моделирования (основное число эксперименты проводилось с шагом 1 час) имитировались события, влияющие на осуществление перевозок: генерация заявок на перевозку, погрузочные и разгрузочные процессы (у грузоотправителя, у грузополучателя, на терминальном узле, на складе), поломка технических средств, простаивание в очереди, складирование, хранение и т.д. Параметры модели, определяющие ход всех перевозочных процессов, были следующего рода: временные, параметры генерации заказов, ценовые, технические характеристики автомобилей и погрузо-разгрузочных механизмов, технические характеристики складов, климатические, экономические и административные параметры. Общий цикл моделирования равнялся 1 году (чтобы проследить влияние погодных условий), для различных параметров использовались реальные значения по Волгоградской области. Пользователю программы также предоставлялись журналы обо всех событиях, происходящих в модели, о перемещениях всех автомобилей (на каждой итерации использовалось порядка 300 автомобилей), о возникающих очередях и сбоях в работе терминальных центров. В ходе работы были получены следующие результаты: 1) построена имитационная модель грузоперевозок; 2) проведено сравнение прямой и терминальной схем; 3) выявлены множества значений параметров, обеспечивающие

наибольшую эффективность грузоперевозок; 4) осуществлено внедрение построенной модели в Управление по развитию транспорта Администрации Волгоградской области.

### Литература

1. Голиков А. П., Черванев И. Г. Математическое моделирование пространственных исследований в географии. – Харьков, Изд-во Харьковского государственного университета им. А.М. Горького, 1979. – 94 с.
2. Основные показатели работы предприятий транспорта и связи Волгоградской области в январе-декабре 2003 года: статистический бюллетень/ Госкомстат России, Волгоградской областной комитет государственной статистики. – Волгоград, 2004.

### Применение генетических алгоритмов для моделирования динамики эволюции вирусов в ходе инфекции

**Куликова Валентина Евгеньевна**

*аспирант*

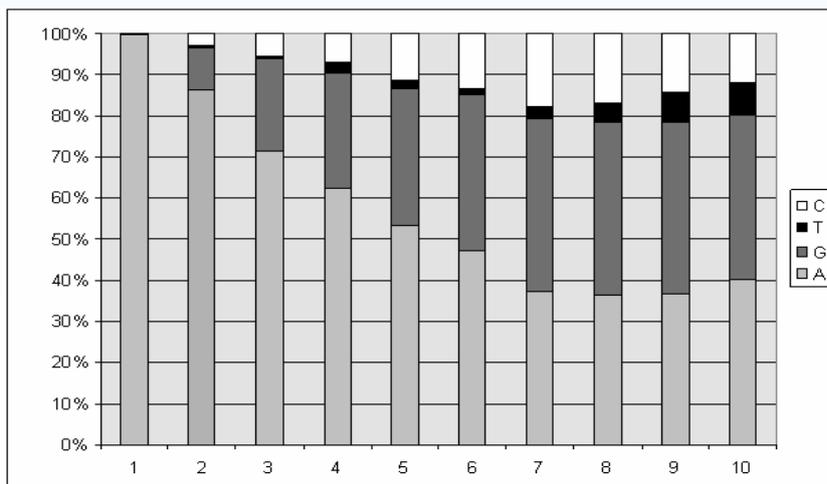
*Московский Государственный Университет им. М.В. Ломоносова, Факультет  
Вычислительной Математики и Кибернетики, Москва, Российская Федерация*

*e-mail: v\_kulikova@rambler.ru*

Генетические алгоритмы до недавнего момента применялись в основном при решении задач распознавания образов и оптимизации. В данной работе генетические алгоритмы используются для моделирования эволюции больших по численности популяций вирусов с учетом действия разнообразных процессов, изменяющих генетические свойства вирусов. Поддерживается четырехбуквенный алфавит, моделирующий нуклеотиды А: аденин, G: гуанин, C: цитозин, T: тиамин. Циклы эволюции вируса включают в себя мутацию, репликацию и отбор. Для упрощения биологической модели размножения вируса введены следующие ограничения:

- число геномов вирусов в популяции постоянно;
- поддерживаются четыре основных типа мутации;
- функция приспособленности для всех типов мутаций одина;
- в геноме мутация возможна только в одном нуклеотиде.

Моделирование мутаций происходит в соответствии с оригинальными данными, полученными в ходе биологических экспериментов[2]. Для более наглядной алгоритмизации точечные мутации идут с одной и той же скоростью, но характер мутации напрямую зависит от типа нуклеиновых оснований. На графике представлена динамика изменения числа различных типов нуклеотидов в популяции в ходе репликации (первоначально считается, что в популяции геномы состоят только из нуклеотидов типа А):



### Литература

1. G.Bocharov, N.J.Ford, J.Edwards, T.Breinig A genetic-algorithm approach to simulating human immunodeficiency virus evolution reveals the strong impact of multiply infected cells and recombination // Journal of General Virology, 2005. Vol 86. P. 3109–3118
2. K.Geforche, R.Camacho, K.V.Laethem, B.Shapiro, Y.Moreau, A.Rambaut, A.Vandamme, P.Lemey Estimating the relative contribution of dNTP Pool Imbalance and APOBEC3G/3F editing to HIV Evolution in vivo // Journal of computational biology, 2007. Vol. 14. P. 1105-1114
3. J.M.Coffin HIV viral dynamics // AIDS, 1996. Vol.10. P.75-84

### Исследование различных подходов к сетевому анализу экосистем

*Лобанова Галина Андреевна*

*студентка*

*Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова, Москва, Россия*

*E-mail: galya.lobanova@inbox.ru*

### Введение

Поддержание состояния динамически подвижного равновесия экосистемы без регуляции извне – важный управляющий механизм экосистемы, обеспечивающий ее стабильность. Исследование процесса энергообмена связано с методикой изучения равновесного состояния экосистемы. Экосистема как совокупность энергетически взаимодействующих между собой компонент представляется в виде ориентированного графа. Компонентам экосистемы ставятся в соответствие вершины графа; если компонент  $A$  передает энергию компоненту  $B$ , то в графе существует ориентированная дуга, соединяющая  $A$  и  $B$ , которая отображает соответствующий поток энергии в системе.

### Метод

Наблюдение за конечным множеством компонент замкнутой системы  $N = \{1, 2, \dots, n\}$  осуществляется в дискретном времени  $k \in \{0, 1, 2, \dots\}$ . Пусть  $x_{ij}(k)$ ,  $i, j \in N$  – количество перешедшей энергии от компонента  $j$  в компонент  $i$  за первые  $k$  шагов. Пусть заданы числа  $p_{ij} \geq 0$ :  $\sum_{j=1}^n p_{ij} = 1$ ,  $i \in N$  – части энергии, которую компонент  $i$  передает компоненту  $j$  на каждом шаге, то есть задана матрица перехода  $P = (p_{ij})_{i, j \in N}$ . Состояние системы на шаге  $k+1$  определяется ее состоянием на предыдущем шаге  $k$  по  $X(k+1) = P^T X(k)$ , значит, динамика системы может быть описана теорией Марковских процессов. В частности, условие эргодичности системы является достаточным для существования предельного состояния системы. Обозначим через  $e_i^+ = \sum_{j: j \neq i} x_{ij}(\infty)$ ,  $i \in N$  количество энергии, которую компонент  $i$  получает от остальных компонент за бесконечное число шагов, через  $e_i^- = \sum_{i: i \neq j} x_{ij}(\infty)$ ,  $j \in N$  – количество энергии, которую компонент  $i$  отдает остальным компонентам за бесконечное число шагов и  $d_i = e_i^+ - e_i^-$  – разницу между ними. Если  $d_i > 0$ , то компонент  $i$  будем называть акцептором, то есть элементом, получающим энергию от других компонентов, если  $d_i < 0$ , донором, то есть элементом, отдающим энергию другим компонентам и если  $d_i = 0$ , нейтральным элементом.

### Результаты

В результате исследования установлена зависимость между начальным распределением энергии в системе и типами компонент, что позволяет определить условия, при которых поддерживается постоянная функциональная саморегуляция всех компонент замкнутой системы. Также найдена возможность определять вероятности “донорности”, “акцепторности” или “нейтралитета” при различных условиях неопределенностей. На примерах простейших пищевых цепочек проанализирована взаимосвязь между двумя различными подходами к исследованию экосистем.

### Литература

1. Гантмахер Ф. (1954) Теория матриц.
2. Ширяев А.Н. (2004) Вероятность-1, с. 136-151.
3. Fath B.D., Patten B.C., Choi J.S. (2001) Complementarity of ecological goal functions// Theoretical Biology, 208(4), p.493-506.
4. Kryazhimskiy S.A. (2007) Network Theory Outline (working paper).

### Исследование поведения конкурирующих ветвей эволюции в модели гиперциклической репликации

*Лукашева Екатерина Николаевна*

*Студентка*

*Московский государственный университет им. М.В.Ломоносова, Москва, Россия*

*E-mail: elukasheva@gmail.com*

Рассмотрим систему уравнений описывающих модель гиперциклической репликации с конкурирующими ветвями:

$$\begin{cases} \dot{u}_1 = u_1(k_1(u_3 + u_4)f) + d_1 u_{1,xx} \\ \dot{u}_2 = u_2(k_2 u_1 - f) + d_2 u_{2,xx} \\ \dot{u}_3 = u_3(k_3 u_2 - f) + d_3 u_{3,xx} \\ \dot{u}_4 = u_4(k_4 u_2 - f) + d_4 u_{4,xx} \end{cases}$$

где  $u_i$  - концентрация  $i$ -той макромолекулы,  $d_i$  - коэффициенты диффузии,  $k_i$  - коэффициенты пропорциональности, определяющие, насколько  $(i-1)$  молекула влияет на рост  $i$ -той,  $f = k_1(u_3 + u_4)u_1 + k_2 u_1 u_2 + k_3 u_2 u_3 + k_4 u_2 u_4$

Рассматривается поведение на отрезке  $[0,1]$ . Предполагаем, что система замкнута, то есть на концах отрезка заданы однородные условия второго рода:

$$\frac{\partial u_i}{\partial x}(0, t) = \frac{\partial u_i}{\partial x}(1, t) = 0, \quad i = 1, 2, 3, 4.$$

Имеется условие постоянства суммарной концентрации макромолекул в форме интегрального инварианта:

$$\sum_{i=1}^4 \int_0^1 u_i(x, t) dx = 1$$

Изучаются пространственно однородные и пространственно неоднородные стационарные решения, система решена с помощью метода Бубнова-Галеркина. Показано, что множество параметров задачи, приводящее к устойчивому сосуществованию двух конкурирующих ветвей эволюции (в данном случае конкурируют молекулы третьего и четвертого видов) является множеством меры нуль. Таким образом для почти всех значений параметров реализуется лишь один гиперцикл из трех макромолекул, а вторая конкурирующая ветвь со временем отмирает.

На примере этой простой модели подтверждается факт возникновения единственного механизма передачи информации в результате предбиотической эволюции – механизма ДНК и РНК.

### Литература

1. M.Eigen, P.Shuster, *The hypercycle: A Principle of Natural Self-Organization*. Springer-Verlag Berlin Helderberg, 1979
2. А.С. Браутъ, В.П. Посвянский *Стационарные решения в замкнутой распределенной системе эволюции Эйгена-Шустера*. Дифференциальные уравнения, N12, 2006
3. А.С. Браутъ, А.С. Новожилов *математические модели экологии и динамические системы с непрерывным временем*. Издательский отдел Факультета ВМК МГУ им. Ломоносова, 2004

### **О влиянии степени суммируемости коэффициентов дифференциальных операторов на скорость равносходимости спектральных разложений**

**Марков Алексей Сергеевич**

студент

Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова,  
факультет Вычислительной Математики и Кибернетики, Москва, Россия

E-mail: mann@fds-net.ru

Рассматривается произвольный дифференциальный оператор  $L$ , порожденный дифференциальной операцией  $lu \equiv u'' + p_1(x)u' + q_1(x)u$ ,  $x \in G = (0,1)$ , на классе функций  $D$ , абсолютно непрерывных на  $\bar{G} = [0,1]$  вместе со своей первой производной;  $p_1(x) \in L^s(G, C)$ ,  $s \geq 1$ ,  $q_1(x) \in L(G, C)$ .

Ранее ([2]) были установлены оценки скорости сходимости и равносходимости с тригонометрическим рядом Фурье спектральных разложений широкого класса функций по корневым функциям некоторого сужения оператора  $L$  в метрике пространств  $L^p$ ,  $p \in [2, \infty]$ , на всем интервале  $G$  (в работе [1]) и на любом внутреннем отрезке (в работе [4]). Сужение оператора определяется тремя известными условиями Ильина. Предполагалось, что нормированные коэффициенты Фурье  $f_k$  имеют асимптотику  $O(\lambda_k^{-\nu})$ ,  $\nu = \text{const} > 0$ ,  $k \rightarrow \infty$ ,  $\lambda_k$  – спектральный параметр.

В настоящей работе получены аналогичные оценки в случае, когда  $f_k$  имеют асимптотику  $O(\lambda_k^{-\nu} \ln^{-\beta} |\lambda_k|)$ ,  $|\lambda_k| > 1$ .

Показано, что в случае оценок в  $L^p$  на компакте  $K \subset G$ , число  $s$  – степень суммируемости функций  $p_1(x)$  – может влиять на скорость равносходимости.

### Литература

1. Ломов И.С. // Дифференц. уравнения. 1996. Т.32, №1. С. 71-82
2. Ломов И.С. // Дифференц. уравнения. 1996. Т.32, №12. С. 1618-1629
3. Ломов И.С. // Дифференц. уравнения. 1998. Т.34, №1. С. 31-39
4. Ломов И.С. // Дифференц. уравнения. 1998. Т.34, №5. С. 619-628

**Численное моделирование мезомасштабного переноса примеси над гидрологически неоднородной поверхностью<sup>1</sup>****Микушин Дмитрий Николаевич***студент**Московский Государственный Университет имени М. В. Ломоносова,  
факультет Вычислительной Математики и Кибернетики, Москва, Россия**e-mail: marcus@mail.domonet.ru*

Задача моделирования мезомасштабного переноса примеси в атмосфере играет важную роль для анализа воздействия промышленных выбросов на экологическую обстановку в густозаселённых районах и при изучении природных явлений, связанных с переносом мощными ветрами больших масс частиц песка или кристаллов соли. В работе [1] для исследования взаимодействия атмосферы с подстилающей поверхностью сложной конфигурации (растительность, рельеф, гидрологическая сеть и др.) построена объединенная модель мезомасштабного пограничного слоя атмосферы и термодинамики водоемов суши. Дальнейшее развитие этой модели [2] связано, в частности, с расчетом процессов переноса пассивной примеси в атмосфере. С помощью численных экспериментов показано, что на перенос вредных примесей (аэрозолей) техногенного происхождения большое влияние могут оказать бризовые циркуляции, возникающие над гидрологически неоднородной территорией. Существенным недостатком использованной в [2] схемы численного решения уравнения переноса примеси является ее немонотонность.

В данной работе для численного решения нелинейного уравнения адвекции-диффузии примеси использована разностная схема Смоларкевича [3]. Эта схема относится к классу неосциллирующих схем Лакса-Вендрофа и имеет следующие особенности: положительная определённость решения, низкая численная вязкость, сильная диффузия и возможность достижения произвольного порядка пространственной аппроксимации (ценой линейного возрастания вычислительной сложности). В работе дополнительно учтены гравитационное оседание примеси, ее поток с подстилающей поверхности и обратное влияние на мезомасштабную динамику атмосферы. Реализация схемы подготовлена с учётом возможности проведения параллельных расчётов на многопроцессорных\_вычислительных комплексах. В докладе продемонстрированы преимущества использованной схемы в сравнении с другими разностными методами на тестовых задачах и при работе в качестве компонента негидростатической мезомасштабной модели [1, 2].

**Литература**

1. В. М. Степаненко, П. М. Миранда, В. Н. Лыкосов. Численное моделирование мезомасштабного взаимодействия атмосферы и гидрологически неоднородной суши. – Вычислительные технологии, 2006, т. 11, ч. 3, с. 118 – 127.
2. В. М. Степаненко, Д. Н. Микушин. Численное моделирование мезомасштабной динамики атмосферы и переноса примеси над гидрологически неоднородной поверхностью. - Вычислительные технологии, 2007, т. 12, 7 стр. (в печати).
3. P. K. Smolarkiewicz, Len G. Margolin. MPDATA: A Finite-Difference Solver for Geophysical Flows. Journal of Computational Physics, Volume 140, Issue 2, 1 March 1998, Pages 459-480.

---

<sup>1</sup> Тезисы доклада основаны на материалах исследований, проведенных в рамках гранта РФФИ № 07-05-00200.

**Восстановление пространственного расположения источника  
излучения по фотоизображению плазмы**

***Морозов Артем Валерьевич***

*студент*

*Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова, Москва, Россия*

*E-mail: morozovgoal@mail.ru*

В настоящее время существенно продвинулись возможности цифровой фото и видео техники: заметно увеличилось разрешение кадров и скорость съёмки. Данная аппаратура стала широко применяться для диагностики, например, с целью получения детальной информации о происходящих в тороидальной плазме процессах [1]. Многие возникающие при этом математические задачи являются обратными, некорректно-поставленными. Для их решения необходимо создание и применение специальных методов.

Задача о восстановлении координат источника излучения в тороидальной плазме сводится к системе линейных интегральных уравнений Фредгольма первого рода. Разработан численный алгоритм её решения на основе методе регуляризации Тихонова. В работе также предложены способы аппроксимации "нестандартных" поверхностей и модели отражения света от них с учётом многократных преломлений. Описана программная реализация моделей и методов, графический интерфейс пользователя, разработанный с использованием возможностей языка JAVA.

Решены тестовые модельные задачи об определении интенсивности источника излучения как функции одной или двух переменных. Показано, что предложенный метод имеет достаточно высокую точность и позволяет обрабатывать фотоснимки с помехами. Проанализированы фотоснимки плазмы в установке MAST. Найдена зависимость источника излучения от пространственных координат.

**Литература**

1. Зайцев Ф.С. Математическое моделирование эволюции тороидальной плазмы. – Москва: МАКС Пресс, 2005., 524 с.

**Моделирование течений со свободной границей с использованием структуры  
восьмидерева.**

***Никитин Кирилл Дмитриевич***

*аспирант*

*Институт Вычислительной Математики РАН, Москва, Россия*

*E-mail: nikitink@dubki.ru*

Течение несжимаемой жидкости описывается уравнениями Навье-Стокса. Одним из возможных подходов к приближенному решению системы уравнений Навье-Стокса является проекционный метод. Однако, этот метод, как и многие другие, предполагает наличие полностью фиксированной границы расчетной области. При решении задачи со свободной границей предлагается динамически изменять расчетную область. Для задания свободной границы применяются несколько подходов. Во-первых, можно описывать положение свободной поверхности жидкости параметрической функцией. Во-вторых, параметрическую функцию можно заменить полем расстояний, называемым функцией уровня. Недостатком такого подхода является то, что функция уровня не в состоянии описать всю полноту движений, совершаемых поверхностью жидкости. В-третьих, положение границы области можно задавать с помощью частиц. В-четвертых, существует гибридный подход, объединяющий использование частиц и функции уровня. В этом

случае частицы компенсируют недостатки функции уровня, а функция уровня помогает равномерно распределять частицы вдоль границы.

Предлагается метод решения уравнений Навье-Стокса в области со свободной границей, объединяющий в себе несколько эффективных подходов. В основе алгоритма лежит проекционный метод. Расчетная область динамически изменяется в соответствии с изменением функции уровня, описывающей свободную границу. Функция уровня дополняется частицами, способными отслеживать мелкие элементы поверхности. При решении задачи используются сгущающиеся сетки, построенные по принципу восьмидерева. Сгущение сеток происходит к свободной границе и поддерживается благодаря динамическому перестроению. Технология, объединяющая описанные выше подходы, позволяет производить качественное моделирование при невысоких вычислительных затратах.

Для решения задачи были разработаны:

- специальные дискретизации базовых дифференциальных операторов, адаптированные к предлагаемым неконформным расчетным сеткам,
- технология переинтерполяции сеточных данных при сгущении или разгружении сетки,
- метод восстановления поля расстояний.

### Литература

1. Osher S., Fedkiw R. *Level Set Methods and Dynamic Implicit Surfaces*. - Springer-Verlag, 2002.
2. Enright D., Fedkiw R., Ferziger J., Mitchell I. *A hybrid particle level set method for improved interface capturing*. // J. Comp. Phys., 2002, V.183, p.83-116.
3. Sussman, M. and E. Fatemi, *An efficient, interface-preserving level set redistancing algorithm and its application to interfacial incompressible fluid flow*. // Siam Journal on Scientific Computing, 1999. 20(4): p. 1165-1191.
4. Saad Y. *Iterative methods for sparse linear systems, Second Edition*. - Philadelphia, PA: SIAM, 2003.

### Динамика решений нелинейного уравнения теплопроводности с источником

**Никольский Илья Михайлович**

аспирант

Московский Государственный Университет

факультет Вычислительной Математики и Кибернетики

e-mail: haifly@rambler.ru

Рассматривается начально-краевая задача

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r u^\sigma \frac{\partial u}{\partial r} \right) + u^\beta, \quad (1)$$

$$r u^\sigma \frac{\partial u}{\partial r} \Big|_{r \rightarrow \infty} \rightarrow 0, \quad u \Big|_{r \rightarrow \infty} \rightarrow 0, \quad (2)$$

$$r u^\sigma \frac{\partial u}{\partial r} \Big|_{r=0} = 0, \quad (3)$$

$$u(r, \varphi, 0) = f(r, \varphi), \quad (4)$$

$$\sigma + 1 < \beta < \sigma + 3. \quad (5)$$

Задача описывает процесс распространения тепла в среде с источником и коэффициентом теплопроводности степенного вида. Условие на параметры приводит к тому, что решение, соответствующее произвольной начальной функции развивается в

*режиме с обострением* - за конечное время обращается в бесконечность в начале координат.

Это уравнение исследовалось в работах таких известных российских учёных как А.А. Самарский, С.П. Курдюмов, В.А.Галактионов, Е.С. Куркина и их сотрудников. Ими был создан обширный цикл статей и монографий по данной тематике. Данная работа является продолжением этого цикла.

С помощью вычислительного эксперимента исследуются некоторые интересные свойства решений задачи (1) – (5), которые до последнего времени не привлекали пристального внимания.

Известно, что решения (1) – (5), соответствующие финитным начальным функциям, остаются локализованными в течение всего времени своего существования. Существуют оценки размеров области локализации. Здесь мы исследуем изменение формы носителя различных начальных возмущений. Рассмотрено 4 разных типа начальных функций.

Поскольку точных немонотонных решений задачи найдено не было, большое внимание в литературе уделяется автомодельным решениям специального вида, описывающих локализованные тепловые структуры. Известно, что лишь элементарное автомодельное решение является устойчивым. В данной работе показаны, различные сценарии развития возмущённых автомодельных решений.

В частности, было обнаружено, что если возмущение задано достаточно далеко от начала координат, то оно не влияет в целом на развитие структуры, а напротив, затухает и расплывается. В работе приводится аналитическое обоснование этого факта.

#### Литература.

1. Самарский А.А., Галактионов В.А., Курдюмов С.П., Михайлов А.П. Режимы с обострением в задачах для квазилинейных параболических уравнений //М.: Наука, 1987. 480 с.
2. Куркина Е.С. «Двумерные и трехмерные тепловые структуры в среде с нелинейной теплопроводностью»// Прикладная математика и информатика № 17, М.: Изд-во факультета ВМиК МГУ, 2004, с.84 - 112.

#### Схемы расщепления для 2D уравнений диффузии дробного порядка<sup>1</sup>

**Романова Наталья Сергеевна<sup>2</sup>**

*старший преподаватель*

*Белорусский государственный университет, Минск, Беларусь*

*E-mail: natalaromanova@mail.ru*

С точки зрения приложений важной задачей является разработка приближенных методов решения для начально-краевых задач с уравнением в частных производных дробных порядков с переменными коэффициентами на конечной области и их исследования. В настоящем сообщении рассматривается построение схем расщепления для задач аномальной диффузии с дробной производной Римана – Лиувилля [1]. На основе аппроксимации дробных производных смещенной версией разности Грюнвальда [2] построены схемы расщепления первого и второго порядка точности по времени и пространству [3]. Оператор дробного дифференцирования является оператором

<sup>1</sup> Тезисы доклада основаны на материалах исследований, проведенных в рамках научно-исследовательской программы «Исследование рациональных приближений и их приложений к анализу математических моделей» (рег. №20063510) ГПФИ РБ на 2006-2010гг.

<sup>2</sup> Автор выражает признательность научному руководителю Абрашиной-Жадаевой Н.Г. за помощь в подготовке тезисов

конволюционного типа, поэтому общая теория устойчивости экономичных разностных схем не может быть использована при исследовании предлагаемых схем расщепления на основе факторизации оператора. В связи с этим при исследовании применяются основные теоремы спектрального анализа операторов, в частности теорема Гершгорина, которая более точно информирует о расположении собственных значений матрицы. Из выведенных в теореме оценок следует, что для каждого собственного значения матрицы

$A = (a_{ij})$  найдется круг с центром  $a_{ii}$  и радиусом  $r_i = \sum_{j=1, j \neq i}^n |a_{ij}|$ , содержащий это

собственное значение. Таким образом, все собственные значения находятся в объединении всех кругов выше указанного типа. Оценки Гершгорина и теоремы линейной алгебры позволяют найти условия обратимости матриц систем уравнений, полученных в предложенных схемах и установить устойчивость и сходимость алгоритмов [3, 4]. При этом приведены соответствующие утверждения для системы каждой «одномерной» задачи.

В сообщении приводятся примеры модельных задач [5] и результаты численного эксперимента проиллюстрированы на трехмерных графиках поверхностей на различных пространственных и временных сетках.

### Литература

1. Самко С.Г., Килбас А.А., Маричев О.И (1987) Интегралы и производные дробного порядка и некоторые приложения // Минск: Наука и техника.
2. Meerschaert M.M. (1999) Multidimensional advection and fractional dispersion // Physical review E, V.59 (5), p. 5026–5028.
3. Abrashina-Zhadaeva N.G., Romanova N.S. (2007) Numerical decomposition method for the two—dimensional fractional diffusion equation // Теория функций и выч. методы: материалы межд. конференции «Теория функций и выч. методы», Астана, p.8–12.
4. Abrashina–Zhadaeva N.G., Romanova N.S. (2007) A splitting type algorithm for numerical solution of PDEs of fractional order // Mathem. Modeling and analysis. V.12 (4), p. 399 – 408.
5. Абрашина-Жадаева Н.Г., Романова Н.С. (2007) Гибридный метод для 2D уравнений диффузии дробного порядка // Актуальные проблемы математики и компьютерного моделирования: Сборник научных трудов // Гр.:ГрГУ, с. 164 – 167.

### Численное исследование единственности решения обратной задачи

#### для уравнения Грэда-Шафранова

**Сучков Егор Петрович<sup>1</sup>**

студент

Московский Государственный Университет имени М.В.Ломоносова,  
Факультет Вычислительной Математики и Кибернетики, Москва, Россия

Email: suchkov.egor@gmail.com

Важным направлением исследований в проблеме управляемого термоядерного синтеза является разработка методов восстановления параметров плазмы по данным наблюдений. Такие методы позволяют получить информацию о неизмеряемых непосредственно в эксперименте характеристиках плазмы [1,2]. Задачи восстановления

---

<sup>1</sup> Автор выражает признательность своему научному руководителю д.ф.-м.н. Зайцеву Ф.С. за помощь в подготовке тезисов

обычно крайне сложны, так как многие из них являются некорректно-поставленными по Тихонову [2].

В данной работе обсуждается задача реконструкции плотности тока, полоидального потока и других параметров тороидальной плазмы по магнитным измерениям. Для её решения успешно применяются такие коды, как SCoPE [2,3] и EFIT [4].

Типичные методы восстановления плотности тока разыскивают какое-то решение обратной задачи. Вопрос единственности найденного решения, как правило, остаётся открытым. Однако во многих случаях обоснование единственности решения обратной задачи является принципиальным.

В данной работе сформулирована обратная задача для эллиптического уравнения Грэда-Шафранова с нелинейной правой частью, изложен численный метод поиска всех её решений, показана возможность наличия двух существенно различных решений в близких к экспериментальным условиям.

Существование нескольких сильно различающихся решений с точки зрения теории некорректных задач показывает, что рассматриваемая обратная задача может оказаться некорректной не только из-за отсутствия или неединственности решения, но и из-за неустойчивости по входным данным.

Полученный результат крайне важен для построения корректных алгоритмов обработки и интерпретации магнитных измерений в установках токамак. Во избежание ошибочной интерпретации результатов восстановления, применяемые на практике для реконструкции плотности тока коды целесообразно дополнить модулем поиска решений, существенно отличных от найденного.

Предложенный в данной работе метод может быть использован для обоснования единственности решения или построения представителей существенно различных решений достаточно широкого круга обратных задач математической физики.

### Литература

1. Днестровский Ю.Н., Костомаров Д.П. Математическое моделирование плазмы. - М: Наука, первое издание 1982, 320 с., второе издание 1993, 336 с. (Издание на англ. языке: Yu.N. Dnestrovskij, D.P. Kostomarov. Numerical Simulations of Plasmas. Springer-Verlag, New-York, 1986.)
2. Ф.С. Зайцев. Математическое моделирование эволюции тороидальной плазмы. – Москва: МАКС Пресс, 2005, 524 с.
3. Zaitsev F.S., Shishkin A.G., Kostomarov D.P., O'Brien M.R., Akers R.J., Gryaznevich M., Trefilov A.B., Yelchaninov A.S. The Numerical Solution of the Self-Consistent Evolution of Plasma Equilibria. Comp. Phys. Comm. 2004, V. 157/2, p. 107-120.
4. Lao L.L., et al. Reconstruction of current profile parameters and plasma shapes in tokamaks. Nucl. Fusion. 1985, V. 25, p. 1611-1622.

### Оптимизация нелокального граничного управления колебаниями струны с закрепленным концом за произвольный кратный $2l$ промежуток времени

*Холомеева Анна Андреевна*

*студентка*

*Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова, факультет вычислительной математики и кибернетики, Москва, Россия*

*E-mail: trf39@mail.ru*

В работе рассматриваются колебания упругой струны, удовлетворяющие волновому уравнению  $u_{tt}(x,t) - u_{xx}(x,t) = 0$  в прямоугольнике

$Q_T = [0 < x < l] \times [0 < t < T]$ , причем рассмотрение ведется в течение промежутка времени

$T$ , кратного удвоенной длине струны, т.е.  $T = 2l(n + 1)$ ,  $n = 1, 2, \dots$ . Правый конец струны закреплен, т.е.  $u(l, t) = 0$ , а управление осуществляется разностью упругих сил на двух концах струны  $u_x(l, t) - u_x(0, t) = \mu(t)$ .

Управление переводит процесс колебаний струны из произвольно заданного начального состояния  $\{u(x, 0) = \varphi(x), u_t(x, 0) = \psi(x)\}$ ,  $0 \leq x \leq l$  в произвольно заданное финальное состояние  $\{u(x, T) = \hat{\varphi}(x), u_t(x, T) = \hat{\psi}(x)\}$ ,  $0 \leq x \leq l$ . При этом на функции  $\varphi(t)$ ,  $\hat{\varphi}(t)$  накладываются ограничения  $\varphi(l) = 0, \hat{\varphi}(l) = 0$ , обусловленные условием закрепления правого конца струны.

Поскольку при  $T > 2l$  таких управлений существует бесконечное число, ставится вопрос об отыскании оптимального граничного управления, то есть задача об отыскании среди всех решений  $\mu(t)$  из класса  $L_2[0, T]$  тех, которые минимизируют интеграл граничной энергии  $\int_0^T \mu^2(t) dt$  при выполнении некоторых условий связи, обусловленных начальными и финальными условиями.

В качестве обобщенного решения волнового уравнения в работе рассматривается решение  $u(x, t)$  из класса  $\hat{W}_2^1(Q_T)$ . Впервые этот класс был введен В.А. Ильиным для решения задач оптимального граничного управления и определение этого класса можно найти в работах [1, 2]. Принадлежность обобщенного решения этому классу позволяет точно определить требования гладкости, которым должны удовлетворять функции начальных, финальных и граничных условий:

$$\begin{aligned} \varphi(x) &\in W_2^1[0, l], \psi(x) \in L_2[0, l], \\ \hat{\varphi}(x) &\in W_2^1[0, l], \hat{\psi}(x) \in L_2[0, l], \\ \mu(t) &\in L_2[0, T]. \end{aligned}$$

Для решения поставленной задачи требуется отдельно рассмотреть так называемую смешанную краевую задачу для волнового уравнения с поставленными начальными и граничными условиями. В работе вводится определение обобщенного из класса  $\hat{W}_2^1(Q_T)$  решения этой задачи через интегральное тождество

$$\iint_{Q_T} u(x, t) [\Phi_{tt}(x, t) - \Phi_{xx}(x, t)] dx dt + \int_0^l \varphi(x) \Phi_t(x, 0) dx - \int_0^l \psi(x) \Phi(x, 0) dx + \int_0^T \Phi(0, t) \mu(t) dt = 0,$$

в котором функция  $\Phi(x, t)$  -- произвольная функция из класса  $C^2(\bar{Q}_T)$ , подчиненная определенным требованиям.

Для определенного таким образом решения смешанной краевой задачи были доказана теорема существования и теорема единственности. Причем в работе указывается явный аналитический вид этого решения. Для доказательства единственности явно указывается система функций  $\{\Phi^{n,k}\}$ , такая, что соответствующая ей функциональная система  $\{\Phi_{tt}^{n,k} - \Phi_{xx}^{n,k}\}$  будет полна в пространстве  $C^2(\bar{Q}_T)$ . Таким образом, используя интегральное тождество и построенную систему функций, доказывается единственность решения смешанной задачи.

Основным результатом данной работы является найденное в явном виде оптимальное граничное управление колебаниями струны. После введения вспомогательных функций  $\mu_k(x) = \mu(kl + x)$ ,  $k = 0, 1, \dots, 2n$ , используя лемму о минимизации интегрального функционала, сформулированную и доказанную в работе [3], можно свести задачу минимизации интеграла граничной энергии к задаче

минимизации суммы  $\sum_{k=0}^{2n} \mu_k^2(t)$ . Эта задача решается методом Лагранжа. Ее единственное решение имеет вид

$$\mu_k(t) = \frac{(B(t) - A(t))(10n + 3) + 12A(t)}{4(n+1)(2n+3)} + \frac{3(B(t) - A(t))(2n+1)k - 12A(t)}{2(n+1)(2n+1)(2n+3)}, \quad k = 0, 1, \dots, 2n,$$

$$\mu_{2n+1}(t) = B(t) - A(t) - \sum_{k=0}^{2n} \mu_k(t),$$

где функции  $A(t)$  и  $B(t)$  принадлежат классу  $L_2[0, l]$ , зависят только от начальных и финальных условий и предъявлены в работе в явном виде.

### Литература

1. Ильин В.А., Дифференциальные уравнения. 2000. Т.36, номер 11. с. 1513 – 1528.
2. Ильин В.А., Дифференциальные уравнения. 2000. Т.36, номер 12. с. 1670 – 1686.
3. Ильин В.А., Моисеев Е.И., Дифференциальные уравнения. 2006. Т.42, N 11. с. 1558 – 1570.

### Подподсекция «Интеллектуальный статистический анализ данных»

#### Оптимизация весов объектов в метрических алгоритмах классификации методом опорных векторов с неотрицательными коэффициентами

*Ахуньянов Ирек Халилович*

*студент*

*Московский Государственный Университет имени М.В. Ломоносова,  
факультет Вычислительной Математики и Кибернетики, Москва, Россия*

*e-mail: IAKhunianov@gmail.com*

В работе предлагается новый метод настройки весов объектов в алгоритме  $k$  взвешенных ближайших соседей, основанный на методе опорных векторов с неотрицательными коэффициентами.

Пусть  $X$  — множество объектов,  $Y = \{-1, +1\}$  — множество имён классов, на  $X$  задана функция расстояния  $\rho(x, x')$ . Для произвольного объекта  $u \in X$  расположим элементы обучающей выборки  $X^\ell = (x_i, y_i)_{i=1}^\ell$  в порядке возрастания расстояний до  $u$ :  $\rho(u, x_{1,u}) \leq \rho(u, x_{2,u}) \leq \dots \leq \rho(u, x_{\ell,u})$ , где через  $x_{i,u}$  обозначен  $i$ -ый сосед объекта  $u$ ,  $y_{i,u}$  — соответствующий ему ответ. Алгоритм  $k$  взвешенных ближайших соседей имеет вид  $b(u, v) = \text{sgn}\left(\sum_{j=1}^k y_{j,u} v_{j,u}\right)$ , где  $v_{i,u}$  — неотрицательный вес объекта  $x_{i,u}$ .

Определим матрицу  $B = (b_{is})_{\ell \times \ell}$ , положив  $b_{is} = y_s$ , если объект  $x_s$  является одним из  $k$  соседей объекта  $x_i$ , и  $b_{is} = 0$  для всех остальных  $s$ . Каждая строка матрицы  $B$  представляет собой вектор длины  $\ell$ , состоящий из значений  $-1, 0, 1$  и содержащий ровно  $k$  ненулевых значений. Значения алгоритма  $b(u, v)$  на объектах обучающей выборки можно записать в виде  $b(x_i, v) = \text{sgn}\left(\sum_{j=1}^\ell v_j B_{ij}\right)$ ,  $i = 1, \dots, \ell$ . Тогда обучение вектора весов  $v$  по выборке  $X^\ell$  сводится к решению оптимизационной задачи

$$Q(v) = \sum_{i=1}^\ell [b(x_i, v) y_i < 0] = \sum_{i=1}^\ell \left[ \sum_{j=1}^\ell v_j B_{ij} y_i < 0 \right] \rightarrow \min_{v \geq 0}.$$

Поскольку  $b(u, v)$  — линейный алгоритм классификации, то для настройки вектора весов  $v$  можно применить метод опорных векторов, SVM [1]. Однако в стандартном SVM отсутствует ограничение неотрицательности весов  $v_i \geq 0$ ,  $i = 1, \dots, \ell$ . Поэтому в данной работе предлагается модифицированный метод nnSVM (non-negative SVM), в котором решается следующая задача квадратичного программирования:

$$\begin{cases} \frac{1}{2} \langle v, v \rangle + C \sum_{i=1}^{\ell} \xi_i \rightarrow \min_{v, \xi}; \\ y_i \langle v, x_i \rangle \geq 1 - \xi_i, \quad \xi_i \geq 0, \quad v_i \geq 0, \quad i = 1, \dots, \ell. \end{cases}$$

В стандартном SVM все обучающие объекты делятся на три типа: опорные, шумовые (выходящие за границу разделяющей полосы) и неинформативные, причём вектор весов  $v$  вычисляется только по объектам первых двух типов. В nnSVM оказывается уже 6 категорий объектов, так как для  $i$ -го объекта появляются две новые возможности: либо  $v_i > 0$ , либо  $v_i = 0$ , и во втором случае объект также перестаёт влиять на классификатор. В результате алгоритм становится более «разреженным», то есть зависит от меньшего числа объектов обучения.

Рассматриваются обобщения nnSVM на случаи, когда число классов произвольно и когда заданы априорные веса объектов  $w_i \geq 0$ , что позволяет применять nnSVM в качестве базового алгоритма в бустинге и других алгоритмических композициях.

### Литература

1. Burges C. J. C. A tutorial on support vector machines for pattern recognition // Data Mining and Knowledge Discovery. — 1998. — Vol. 2, no. 2. — Pp. 121–167.

### Комбинаторная оценка обобщающей способности стабильных алгоритмов

*Бадзян Андрей Игоревич*

*Студент*

*Московский физико-технический институт, Москва, Россия*

*e-mail: andrey31@mail.ru*

Проблемы обоснования обучающих алгоритмов и повышения точности верхних оценок обобщающей способности являются краеугольными в теории *вычислительного обучения* (computational learning). В данной работе рассматривается важный для практических приложений частный случай — стабильные обучающие алгоритмы. В отличие от стандартного подхода [1] обобщающая способность определяется без использования теории вероятностей, на основе комбинаторного подхода, что позволяет получать более точные оценки [2]. Соответственно изменяется и техника доказательств: вместо завышенного неравенства МакДиармида применяется точный комбинаторный результат — теорема Альсведе-Хачатряна о максимальной мощности  $t$ -пересекающегося семейства  $k$ -элементных подмножеств [3].

Пусть задано множество *объектов*  $X$  и множество *ответов*  $Y$ . Рассматривается конечная выборка пар  $Z^L = (x_i, y_i)_{i=1}^L \in (X \times Y)^L$  и все её  $N = C_L^\ell$  разбиений на наблюдаемую *обучающую выборку* длины  $\ell$  и скрытую *контрольную выборку* длины  $k$ ,  $Z^L = Z_n^\ell \cup Z_n^k$ ,  $n = 1, \dots, N$ . На множестве всех  $N$  разбиений вводится равномерное распределение вероятностей, что эквивалентно стандартному предположению о независимости выборки [2]. Задан *обучающий алгоритм* — функция  $A: (X \times Y)^\ell \mapsto Y^X$ , которая обучающей выборке  $Z^\ell$  ставит в соответствие функцию  $f_{Z^\ell}: X \rightarrow Y$ . Задана

функция потерь  $c(f, x)$ , характеризующая величину ошибки функции  $f$  на объекте  $x$ . Средняя ошибка функции  $f$  на произвольной выборке  $Z^m$  есть  $R(f, Z^m) = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m c(f, x_i)$ .

Обучающий алгоритм  $A(Z^\ell)$  называется *симметричным*, если он инвариантен относительно перестановок элементов обучающей выборки  $Z^\ell$ .

Обучающий алгоритм  $A(Z^\ell)$  называется  $\beta$ -стабильным [1], если для любых двух обучающих выборок  $Z_1^\ell$  и  $Z_2^\ell$ , отличающихся не более чем в одном элементе, и любого  $z \in X \times Y$  выполнено  $\left| c(f_{Z_1^\ell}, z) - c(f_{Z_2^\ell}, z) \right| \leq \beta$ .

Обозначим через  $H_L^{k,s}(t) = \sum_{i=t}^{\min\{s,k\}} \frac{C_s^i C_{L-s}^{k-i}}{C_L^k}$  «правый хвост» гипергеометрического распределения и введём функцию  $H(k, t) = H_{2k}^{k,t+2r}(t+r)$ , где  $r = \left\lfloor \frac{k-t+1}{2} \right\rfloor$ .

**Теорема.** Пусть  $A$  — симметричный  $\beta$ -стабильный алгоритм,  $\ell = k$  и функция потерь ограничена:  $0 \leq c(f, z) \leq M$  для любых  $f$  и  $z$ . Тогда вероятность больших отклонений средней ошибки на контроле от средней ошибки на обучении ограничена сверху:  $P_n \left\{ R(f_{Z_n^k}, Z_n^k) - R(f_{Z_n^k}, Z_n^\ell) \geq \varepsilon \right\} \leq 4kH \left( k, \left\lceil \frac{\varepsilon}{\beta} \right\rceil \right) + H \left( k, \left\lceil \frac{k(\varepsilon - \delta)}{M + k\beta} \right\rceil \right)$  для любого  $\delta > 0$ .

При численных расчётах предполагается брать минимум правой части по  $\delta$ .

### Литература

1. Bousquet O., Elisseeff A. Algorithmic stability and generalization performance // Advances in Neural Information Processing Systems 13. — 2001. — Pp. 196–202.
2. Воронцов К. В. Комбинаторный подход к оценке качества обучаемых алгоритмов // Математические вопросы кибернетики / Под ред. О. Б. Лупанова. — М.: Физматлит, 2004. — Т. 13. — С. 5–36.
3. Ahlswede R., Khachatrian L. H. The complete intersection theorem for systems of finite sets // European Journal of Combinatorics, Vol. 18, No. 2, Pp. 125–136.

### Определение структурных закономерностей в финансовых временных рядах

**Гончаров Алексей Николаевич**

аспирант

Московский Государственный Университет им. М.В. Ломоносова, Факультет  
Вычислительной Математики и Кибернетики, Москва, Российская Федерация

e-mail: a\_goncharov@inbox.ru

Классическая выборочная оценка ковариационной матрицы строится в предположении нормального распределения исходных данных. В действительности, очень часто экспериментальные данные имеют множество особенностей, не позволяющих считать их выборкой из нормального распределения. Например, финансовые временные ряды имеют устойчивые эмпирические закономерности в своих значениях, например, значимая положительность эксцесса (т.е. ”тяжелые хвосты” распределения), ”кластерность” волатильности, одновременность резких выбросов в ценах нескольких активов. Совместное распределение нескольких активов часто обнаруживает радиальную асимметрию. Для описания данных, имеющих указанные особенности, используется

класс обобщенных эллиптических распределений.

**Определение:** Говорят, что  $p$ -мерный случайный вектор  $X$  имеет обобщенное эллиптическое распределение тогда и только тогда, когда

$$X = \mu + RAU$$

где вектор  $U \in R^k$  равномерно распределён на  $S^{k-1}$ ,  $R$  - случайная величина,  $\mu \in R^p$ ,  $A \in R^{p \times k}$  Здесь  $S^{k-1} = \{x \in R^{k+1} : \|x\| = 1\}$

В отличие от класса эллиптических распределений, случайная величина  $R$  может зависеть от случайной величины  $U$ . Это позволяет моделировать особенности, свойственные финансовым временным рядам.

В работе показывается, что использование выборочной ковариационной матрицы для оценивания данных, имеющих распределение, отличное от нормального, приводит к существенному искажению истинной ковариационной структуры. Более того, собственные значения получаемой матрицы также оказываются другими. Возможно построение оценки ковариационной матрицы в предположение обобщённого эллиптического распределения исходных данных. Доказана следующая

**Теорема:** Пусть  $X = \|AU\|^{-1} AU$ , где вектор  $U \in R^k$  равномерно распределён на  $S^{k-1}$ ,  $A \in R^{p \times k}$  Тогда функция плотности распределения  $p$ -мерного вектора  $Y$  есть:

$$f(y) = \frac{\Gamma(p/2) \sqrt{\det(\Sigma^{-1})}}{2\pi^{p/2} (\sqrt{y^T \Sigma^{-1} y})^p}$$

Оценка максимального правдоподобия ковариационной матрицы:

$$\hat{\Sigma} = \frac{p}{n} \sum_{i=1}^n \frac{(x_i - \mu)(x_i - \mu)'}{(x_i - \mu) \hat{\Sigma}^{-1} (x_i - \mu)}$$

Здесь  $\Sigma = AA^T$ .

### Литература

1. *Laurent Laloux et al.* Noise dressing of financial correlation matrices // *Physical Review Letters*, 1999. 83, 1467
2. *Марченко В. А., Пастур Л. А.* Распределение собственных значений в некоторых ансамблях случайных матриц // *Матем. сб.*, 1967. 72, 507-536.
3. *J.T. Kent, D.E. Tyler.* Maximum likelihood estimation for the wrapped Cauchy distribution // *Journal of Applied Statistics*, 1998. 15, 247-254

### Обобщение одного алгоритма определения справедливой цены опциона Бермудского типа на случай переменной волатильности

*Горбунова Анна Сергеевна, Мееров Иосиф Борисович*

студент, доцент

Нижегородский государственный университет им. Н.И. Лобачевского, Россия

e-mail: itlab.fma@cs.vmk.unn.ru

Опционы Американского типа, которые могут быть предъявлены к исполнению в произвольный момент времени в течение срока действия контракта, получили широкое распространение на фондовых биржах. Задача определения справедливой цены таких опционов является достаточно актуальной. На практике такая задача часто решается для дискретного аналога опционов Американского типа – опционов Бермудского типа, которые могут быть предъявлены к исполнению в любой из конечного количества зафиксированных в контракте моментов времени. Популярный подход к решению данной задачи состоит в применении методов Монте-Карло и средств имитационного моделирования. Один из наиболее известных алгоритмов, реализующих данный подход, – Broadie–Glasserman Stochastic Mesh (BG2004) – ориентирован на многомерный

финансовый рынок, постоянную волатильность и отсутствие корреляции между ценами акций [1].

Идея алгоритма [1] состоит в построении сети цен акций путем численного интегрирования системы стохастических дифференциальных уравнений и последующем применении идеологии динамического программирования для вычисления верхней и нижней оценок цены опциона. По итогам некоторого количества повторений указанной процедуры строится доверительный интервал для справедливой цены опциона.

В нашей работе мы предлагаем обобщение алгоритма на случай переменной волатильности. Для этого мы провели анализ реальных данных динамики волатильности Чикагской фондовой биржи. На их основе была построена аппроксимация функции волатильности в виде  $v(t) = 11.07t^{1.16} - 16.1t^{0.57} + 19$ .

Модификации алгоритма BG2004 состояли в изменении правил построения сети с учетом зависимости волатильности от времени, а также коррекции методов понижения дисперсии и устранения смещения получаемой оценки. Так, для достижения этих целей авторами алгоритма было предложено введение переменных управления: цены опциона Европейского типа на первую акцию, цены опциона Европейского типа на самую дорогую акцию, цены Европейского макс-опциона на 2 акции. Нами была произведена адаптация предложенных методов вычисления для случая переменной волатильности, в основном состоящая в применении квази-случайных чисел для расчета многомерного интеграла (1) при помощи метода Монте-Карло.

$$C_T = e^{-rT} \int_0^1 \dots \int_0^1 [\max(S_T) - P]^+ dx_1 \dots dx_N, \text{ где } S_i(T) = S_i(0) \exp\left\{\left(\mu_i - \frac{\sigma_i^2}{2}\right)T + \sigma_i \sqrt{T} \Phi^{-1}(x_i)\right\} \quad (1)$$

Численные эксперименты показали работоспособность предложенного обобщения для не более 10 моментов исполнения опциона. При этом сохранено главное преимущество алгоритма – линейная зависимость времени вычислений от количества моментов исполнения.

### Литература

1. Broadie M., Glasserman P. A Stochastic Mesh Method for Pricing High-Dimensional American Options // Journal of Computational Finance, 2004, Vol.7, No.4, pp. 35-72.

### Применение медианной модификации SEM–алгоритма к задаче разделения смесей вероятностных распределений

*Горшенин Андрей Константинович*

*студент*

*Московский государственный университет им. М. В. Ломоносова, Москва, Россия*

*e-mail: andygorshenin@gmail.com*

EM–алгоритм представляет собой итеративный метод для нахождения оценок максимального правдоподобия в задаче с неполным набором данных. На каждой итерации проводятся: E–шаг (от *expectation*), на котором вычисляется условное математическое ожидание логарифма функции правдоподобия по имеющимся данным и текущим оценкам параметра; M–шаг (от *maximization*), на котором находится следующая оценка параметра максимизацией функцией, полученной, на E–шаге. SEM–алгоритм [1] представляет собой его модификацию, позволяющую находить именно глобальные максимумы функции правдоподобия, основываясь на некотором специальном "встряхивании" выборки на каждой итерации (S–шаг, от *stochastic*, давший название методу). Основная идея данного алгоритма заключается в некотором разделении исходных данных по кластерам и максимизации соответствующих функций с учетом принадлежности данных тому или

иному кластеру. Медианная модификация SEM–алгоритма отличается только формулами для оценки параметров (основанных на выборочной медиане и среднем абсолютном отклонении), суть же алгоритма не меняется. Однако это позволяет учесть факт попадания на каждом итерационном шаге в каждый кластер "лишних" наблюдений, которые, на самом деле, распределены в соответствии с другими компонентами смеси. А это, в свою очередь, повышает точность получаемых оценок.

Основной областью применения медианной модификации SEM–алгоритма являются задачи разделения смесей вероятностных распределений и определения числа компонент смеси.

Алгоритм был реализован на встроенном языке программирования пакета Matlab. Для тестирования алгоритма использованы различные реальные финансовые ряды (индекс S&P500 и другие). При этом каждая выборка интерпретировалась как конечная смесь нормальных законов (прежде всего, в соответствии с тем фактом, что семейство конечных сдвиг/масштабных смесей нормальных законов идентифицируемо [2]). Интерпретация данных как смеси нормальных законов позволила использовать точные формулы для вычисления оценок параметров без необходимости проведения итерационных оценок интегралов и максимизации соответствующих выражений, что, естественно, повышает точность вычислений.

Анализ полученных результатов показал значительно более высокую степень эффективности медианной модификации SEM–алгоритма для разделения смесей, определения количества компонент. Эмпирически подтверждены теоретические свойства SEM–алгоритма [3]. Также было отмечено, что при одинаковых входных параметрах результаты получаются более точные и удобные (с точки зрения визуального восприятия) по сравнению с EM–алгоритмом.

### Литература

1. Broniatowski M. , Celeux G. and Diebolt J. Reconnaissance de mélanges de densités par un algorithme d'apprentissage probabiliste. Data Analysis and Informatics, 1983, III, 359-373, North Holland.
2. Королев В.Ю. EM - алгоритм, его модификации и их применение к задаче разделения смесей вероятностных распределений. М., ИПИ РАН, 2007.
3. Diebolt J. and Celeux G. Asymptotic properties of a stochastic EM algorithm for estimating mixing proportions. Communications in Statistics B: Stochastic Models, 1993, vol. 9, No 4, p. 599-613.

### Применение результата “О приближениях преобразований хи-квадрат распределений в статистических приложениях” В. В. Ульянова, Г. Кристофа, Я. Фуджикоши к другим распределениям

**Захаров Константин Владимирович<sup>1</sup>**

*студент*

*Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова, Москва, Россия*

*E-mail: kostyanz1985@mail.ru*

В работе В. В. Ульянова, Г. Кристофа, Я. Фуджикоши "О приближениях преобразований хи-квадрат распределений в статистических приложениях", 2006, стр. 1-13, приведена Теорема 3:

*Пусть случайная величина  $W_n$  допускает приближение*

---

<sup>1</sup> Автор выражает признательность профессору, д. ф.-м. н. Ульянову В. В. за помощь в подготовке тезисов.

$\sup_x |P(W_n \leq x) - \Phi_{1n}(x)| \leq C_2(n)$ , где  $\Phi_{1n}(x) = \Phi(x) + p(EW_n^3, x)\varphi(x)/\sqrt{n}$ ,  $p(EW_n^3, x)$  - многочлен, зависящий от третьего момента величины  $W_n$ , при этом функция  $p(EW_n^3, x)$  дифференцируема и четна и  $C_2(n) = O(n^{-1})$  при  $n \rightarrow +\infty$ . Пусть

$h(y) = \sqrt{2n}y - n \log(1 + \sqrt{\frac{2}{n}}y)$  и  $T = h(W_n)$ . Тогда

$$\sup_x |P(T \leq x) - G_1(x)| \leq 2C_2(n) + \frac{c}{n} + \frac{3.3852}{\sqrt{n}} 0.9726^n,$$

где  $c$  - ограниченная вычислимая постоянная, зависящая от коэффициентов многочлена  $p$ ,  $G_m(x)$  - функция распределения хи-квадрат случайной величины  $\chi_m^2$  с  $m$  степенями свободы.

Рассмотрены конкретные виды данных аппроксимаций для следующих распределений.

- $U_i$ , имеющее равномерное распределение с плотностью  $f(x) = (2\sqrt{3}\sigma)^{-1}, |x| \leq \sigma\sqrt{3}$ ,  
 $f(x) = 0, |x| > \sigma\sqrt{3}$ .
- $F$  с симметричной бета-плотностью  $f(x) = (b^2 - x^2)^a / (b^{2a+1} B(\frac{1}{2}, a+1)), |x| \leq b$ ,  
 $f(x) = 0, |x| > b$ .

#### Литература

- Ульянов В.В., Кристоф Г., Фуджикоши Я. (2006) О приближениях преобразований хи-квадрат распределений в статистических приложениях // *Сиб. матем. журн.*, 47:6, 1401–1413.
- Corless R.M., Gonnet G.H., Hare D.E.G., Jeffrey D.J., Knuth D.E. (1996) On the Lambert W function // *Adv. Comput. Math.* V. 5, N 1. P. 329-359.
- Dobric V., Ghosh B.K. (1996) Some analogs of the Berry-Esseen bound for first-order Chebyshev-Edgeworth expansions // *Statist. Decisions.* V. 14, N 4. P. 383-404.

#### Применение процессов Леви для оценки финансовых рисков

**Зубайраев Тимур Асламбекович**

студент

Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова, Москва, Россия

E-mail: timur-ctc@yandex.ru

В конце 90-х. годов XX века Базельский комитет выработал методику оценки «капитала под риском», англ. (Value-at-risk, далее VaR), согласно данной методике необходимо оценить квантиль распределения доходностей финансового инструмента. В большинстве компаний используется предположение о том, что распределение доходностей гауссовское. Такой подход не требует больших вычислительных затрат и серьезной подготовки персонала.

Однако данный метод обладает некоторыми недостатками – «хвосты» нормального распределения убывают очень быстро, вследствие чего значение VaR может не соответствовать реально ожидаемым потерям; второй недостаток состоит в том, что гауссовское распределение симметрично относительно своего математического ожидания, по этой причине модель не учитывает направление тренда (ценовой тенденции), которое существенно влияет на оценку VaR.

Неким аналогом оценки «капитала под риском» являются лимиты, устанавливаемые биржами на срочном рынке. Суть их состоит в том, что в течение дня инвестор не потеряет больше тех средств, которые взяты биржей в обеспечение позиции. Порой движения цен выходят за установленные биржей рамки и приводят к существенным потерям средств участников рынка.

\*\*\*

Основная цель исследования – подобрать распределение, которое обладало бы всеми плюсами гауссовского и решало проблемы, описанные выше. В качестве решения данной проблемы был использован подход, в котором предположение о том, что приращения цен имеют нормальное распределение заменено NIG распределением (normal inverse Gaussian). Данное распределение имеет четыре параметра, один из которых отвечает за асимметрию распределения, является статистически устойчивым. Параметры для разных интервалов времени пересчитываются так же просто, как и для нормального распределения. Недостатком при этом является отсутствие аналитического выражения для расчета квантили и потому необходимо применять метод Монте-Карло. Для сравнения мною были обработаны данные биржи LME (London Metal Exchange) и ФОРТС (фьючерсы и опционы РТС). Результаты анализа показали, что значения квантилей NIG распределения всегда превосходят квантили нормального распределения, что свидетельствует о более медленной скорости убывания «хвостов» альтернативного распределения. Так же был проведен сравнительный анализ оценки дневного риска биржи РТС и результатов, полученных с помощью квантилей NIG-распределения.

Данный метод требует значительных вычислительных затрат с учетом применения метода Монте-Карло, однако стоит помнить, что основной задачей является оценка ожидаемых потерь инвестора и разумнее будет понести вычислительные затраты, нежели возникшие в результате непредвиденных колебаний рыночных цен, финансовые.

Литература

1. «Levy Processes in Finance: Theory, Numerics, and Empirical Facts», Dissertation zur Erlangung des Doktorgrades der Mathematischen Fakultät der Albert-Ludwigs-Universität Freiburg i.Br. 01.2000
2. Value at Risk, Department of Mathematics National University of Singapore academic year (2000/2001), Dai Bo.
3. [www.forts.ru](http://www.forts.ru) – Сайт срочной биржи РТС

### **Восстановление объектов в евклидовом пространстве по оптимальной метрике в задаче распознавания образов с порядковыми признаками**

***Иофина Галина Владимировна, Ветров Дмитрий Петрович, Кропотов Дмитрий Александрович***

*аспирант; научный сотрудник, к. ф.-м. н.; младший научный сотрудник  
Московский физико-технический институт (государственный университет),  
Факультет управления и прикладной математики; Московский государственный  
университет им. М.В. Ломоносова, Факультет вычислительной математики и  
кибернетики; Вычислительный центр им. А.А. Дородницына РАН, Москва, Россия  
E-mail: giofina@gmail.com, vetrovd@yandex.ru, dkropotov@yandex.ru*

В работе рассматривается задача распознавания, в которой объекты заданы векторами признаков, часть из которых порядковые, а часть действительные. Задачу предлагается решать с помощью метрических алгоритмов классификации. Для этого нужно вводить метрики на признаковых пространствах и на пространстве объектов. Если все признаки порядковые, то есть принимают значения из упорядоченного множества  $\tilde{N} = \{0, 1, \dots, N-1\}$ ,  $0 < 1 < \dots < N-1$ , то метрику на признаковом пространстве можно

представить в виде матрицы попарных расстояний. В качестве метрики на объектах можно брать сумму расстояний между соответствующими значениями признаков.

В работе [1] были найдены оптимальные функции расстояний, заданные матрицами попарных расстояний между значениями признаков — симметричными, с нулевой диагональю и у которых значения элементов не убывают по строкам и не возрастают по столбцам (удовлетворяют условию порядка). В качестве критерия оптимальности был взят критерий минимизации взвешенной разности среднего межклассового и среднего внутрикласового расстояний.

В данной работе результаты, полученные в работе [1], переносятся на задачи, в которых часть признаков порядковые, а часть — действительные. Для решения задачи ищутся такие значения признаков в евклидовом пространстве размерности  $t$ , которые в евклидовом пространстве давали бы оптимальные функции расстояния, полученные в работе [1]. К модифицированным исходным объектам в пространстве размерности  $k \cdot t + n - k$  (если первые  $k$  признаков порядковые, остальные — действительные) можно применять различные метрические алгоритмы классификации.

Задача поиска подходящих векторов в евклидовом пространстве — это задача многомерного шкалирования [2]. Если минимизировать квадрат отклонения евклидовых расстояний от значений элементов матрицы, являющихся метриками, (невязку), то, во-первых, при возрастании размерности пространства  $t$  величина невязки вначале монотонно убывает, а, начиная с некоторого  $t_1$ , остается постоянной. Во-вторых, если невязка равна 0, то в матрице расстояний, выполняются все неравенства треугольника. Поэтому, если в матрице расстояний, не выполнено хоть одно неравенство треугольника, то никакие векторы в евклидовом пространстве не могут дать требуемые расстояния между точками.

### Литература

1. Иофина Г.В., Кропотов Д.А. (2007) Поиск оптимальной метрики в задачах классификации с порядковыми признаками // Математические методы распознавания образов-13. М.: МАКС Пресс. С. 137–140.
2. Дэйвисон М. (1988) Многомерное шкалирование: Методы наглядного представления данных: Пер. с англ. М.: Финансы и статистика.

### Применение фильтра Калмана для оптимизации оценки опционов

*Клоков Кирилл Юрьевич*

*Студент пятого курса*

*Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова, Факультет ВМК,  
Москва, Россия*

*E-mail: kklokov@mail.ru*

В течение последних десятилетий и в особенности после публикации работы Блэка-Шоулза в 1973 были предложены различные экономические модели для оценки справедливой стоимости опциона. Однако до сих пор чаще всего на практике используется именно первоначально предложенная Блэком и Шоулзом модель. Залогом успеха модели является простота и скорость расчетов, что при использовании часто важнее, чем качество и точность оценки.

Несмотря на то, что модель Блэка-Шоулза и является самой распространенной, она обладает общепризнанными недостатками, которые, как считается, искажают справедливую стоимость опциона. Можно провести аналогию с Ньютонской механикой- модель Блэка-Шоулза также далека от реальности, но, тем не менее, является хорошей аппроксимацией.

Одним из недостатков модели является низкая оценка стоимости опционов «далеко вне денег», то есть, когда страйк опциона существенно больше (для опциона колл) или существенно меньше (для опциона пут) текущей стоимости базового актива. Часто используемое решение – это применение так-называемой «улыбки волатильности», которая позволяет оценивать опционы согласно текущему состоянию фондового рынка.

\*\*\*

Основная цель исследования - предложить алгоритм, который мог бы изменять вид кривой волатильности для соответствия текущей ситуации на фондовом рынке. В качестве решения данной проблемы был использован алгоритм фильтрации Калмана. Важная причина использования именно данного алгоритма состоит в том, что для практического применения очень важна скорость обработки информации для своевременного принятия решения.

Алгоритм, модифицирующий улыбку волатильности, был проанализирован на данных биржи ФОРТС (фьючерсы и опционы РТС). Результаты анализа показали, что при использовании непрерывного изменения кривой волатильности для модели Блэка-Шоулза в отличие от зафиксированного на начало дня дает уменьшение квадратичного отклонения от рыночной стоимости опционов и тем самым увеличивает точность оценки стоимости опциона. Это свойство является особенно важным для деятельности так-называемых «маркет-мейкеров» или участников фондового рынка, поддерживающих котировки по согласованию с биржей. В связи с тем, что во время основных торгов цена базового актива может существенно изменяться, очень важно, чтобы улыбка волатильности соответствовала текущему состоянию рынка, что и позволяет применить предложенный алгоритм.

### Литература

1. Greg Welch, Gary Bishop (2004)/An Introduction to the Kalman Filter/ Department of Computer Science University of North Carolina at Chapel Hill
2. Биржа РТС /[www.rts.ru/](http://www.rts.ru/)

### Исследование структуры спроса потребительских рынков с помощью обобщенного непараметрического метода<sup>1</sup>

*Кондраков Иван Александрович*

*аспирант*

*Московский Государственный Университет имени М.В. Ломоносова,  
факультет Вычислительной Математики и Кибернетики, Москва, Россия*

*e-mail: [ivankondrakov@mail.ru](mailto:ivankondrakov@mail.ru)*

Постановка задачи. Разработать и экспериментально опробовать технологию компьютерного исследования потребительских рынков с помощью обобщенного непараметрического метода (ОНМ) [1]. Классические методики страдают субъективизмом в выборе потребительской корзины и непригодны для исследования неравновесных, формирующихся рынков.

Способ решения. ОНМ опирается на гипотезу о рациональном поведении: потребитель стремится максимизировать полезность при заданном бюджетном ограничении. Сильной стороной ОНМ является возможность борьбы с “проклятием размерности” путем многоступенчатого агрегирования торговой статистики. Для исследования структуры спроса технология [2] предлагает исследователю определить,

---

<sup>1</sup> Работа поддержана Российским Фондом Фундаментальных Исследований (коды проектов 06-07-89210-а, 07-01-12024-офи).

существуют ли экономические индексы цен и продаж для выбранной группы товаров, и если существуют – вычислить их, а затем разместить эту группу в иерархии других отделимых групп. Группа товаров, для которой существуют экономические индексы цен и потребления, называется рационализируемой. В такие группы попадают товары, связанные отношениями взаимодополняемости - взаимозаменяемости. Отделимой называется группа, пропорции потребления товаров которой зависят лишь от пропорций цен на эти же товары и не зависят от цен и объемов потребления прочих товаров. Группы товаров могут вкладываться друг в друга. Получены необходимые условия отделимости одной группы от другой. Именно для рационализируемых групп товаров разработана методика прогнозирования ценообразования. Технология позволяет исследовать неравновесные рынки путем подбора меры отклонения потребительского поведения от рационального.

**Результаты.** Разработанная технология была применена для анализа торговой статистики супермаркета компьютерного оборудования, объединяющего более двух тысяч наименований товаров. В результате многоступенчатого агрегирования было построено дерево групп по отношению отделимости, исследовано влияние на его структуру параметра отклонения потребительского поведения от рационального. Получены впечатляющие результаты по выявлению естественных взаимосвязей товаров: построены иерархии отделимых групп взаимозаменяемых – взаимодополняющих товаров как по функциональному назначению (например, группа Память + Процессоры вкладывается в группу Память + Процессоры + Материнские Платы), так и по брендам (принтеры, сканеры, картриджи для брендов HP, Canon, Epson). Технология поддерживается программным комплексом, разработанным на языке C# на платформе .NET в среде MS VS 2005.

### Литература

1. А.А. Шананин.(1993) Непараметрические методы анализа структуры потребительского спроса // Мат. Моделирование. 1993. № 9. С. 24-36.
- И.А. Кондраков, Л.Я. Поспелова, Ю.А. Усанов, А.А. Шананин (2007) Разработка технологии и инструмента исследования потребительских рынков с помощью обобщенного непараметрического метода. // Сообщения по прикладной математике. М.:ВЦ РАН, 2007, 52 стр.

### Построение композиций дипольных классификаторов

**Пустовойтов Никита Юрьевич**

*студент*

*Московский физико-технический институт, Москва, Россия*

*e-mail: flashnik86@gmail.com*

Идея дипольного классификатора [1] заимствована из физики. Диполь разделяет пространство плоскостью на области положительного и отрицательного потенциала. Поэтому его можно рассматривать как линейный классификатор, заданный двумя точками (полюсами диполя) или как алгоритм ближайшего соседа, построенный по выборке из двух объектов разных классов (полюсов).

Рассмотрим задачу бинарной классификации. Пусть  $X$  — множество объектов,  $Y = \{-1, +1\}$  — множество меток классов, на множестве объектов введена функция расстояния  $\rho(x, x')$ , а  $K : \mathbf{R}_+ \rightarrow \mathbf{R}_+$  — заданная невозрастающая функция ядра. Диполем с радиусом  $d$  и полюсами  $r^-, r^+$  назовем функцию  $a : X \rightarrow Y$  вида

$$a(x) = \text{sign} \left( K \left( \frac{1}{d} \rho(x, r^+) \right) - K \left( \frac{1}{d} \rho(x, r^-) \right) \right).$$

Введем неотрицательную функцию компетентности диполя  $C(x; r^-, r^+, R)$ , значение которой непрерывно и монотонно убывает по мере удаления от полюсов

диполя, а скорость убывания задаётся радиусом функции компетентности  $R$ , вообще говоря, отличным от радиуса диполя  $d$ .

Композицией из  $T$  диполей с параметрами  $\Theta = (r_i^-, r_i^+, d_i, R_i, Q_i)_{i=1}^T$  назовем алгоритм классификации вида  $a(x, \Theta) = \text{sign}\left(\sum_{i=1}^T g_i(x)(p(+1|x) - p(-1|x))\right)$ , где шлюзовая функция  $g_i(x) = \frac{Q_i C(x; r_i^+, r_i^-, R_i)}{\sum_{s=1}^T Q_s C(x; r_s^+, r_s^-, R_s)}$  описывает область компетенции  $t$ -го диполя,  $p(y|x)$  — оценка апостериорной вероятности класса  $y$ , полученная  $t$ -м диполем в результате нормировки значений  $K_i\left(\frac{1}{d_i} \rho_t(x, r_i^y)\right)$ .

В докладе рассматриваются методы обучения дипольных композиций [2]. Благодаря вероятностной модели дипольная композиция может использоваться для выделения *нетипичных объектов*, находящихся в зоне низкой компетентности всех диполей. Классификации легко интерпретируются в терминах сходства: объект  $x$  отнесён к классу  $y$  потому, что он близок к эталонному объекту класса  $y$  — соответствующему полюсу диполя. В роли полюсов могут выступать как обучающие объекты, так и произвольные точки пространства  $X$ . В [2] рассмотрена связь диполей с другими известными алгоритмами классификации и методами построения композиций: байесовским классификатором, классификатором по ближайшему соседу, SVM, RVM, нейронными сетями, бустингом, смесью экспертов (“mixture of experts”).

### Литература

1. Воронцов К. В. (2006) О композициях дипольных классификаторов. Интеллектуализация обработки информации: Тезисы докл. Симферополь. С. 38–40.
2. Пустовойтов Н.Ю. (2007) Обучение композиций дипольных классификаторов на основе EM-алгоритма // Математические методы распознавания образов. М.: МАКС Пресс, 2007, с. 200-202.

### Метод разумных целей для задач с неопределенностью<sup>1</sup>

**Холмов Алексей Владимирович**

аспирант кафедры Системного Анализа.

Московский Государственный Университет имени М.В. Ломоносова,  
факультет Вычислительной Математики и Кибернетики, Москва, Россия

e-mail: axely@yandex.ru

В методе разумных целей (МРЦ) [1], предназначенном для решения конечных многокритериальных задач выбора, где множеству альтернатив  $X = \{x^1, \dots, x^N\}$  соответствует множество точек  $Y = \{y^1, \dots, y^N\}$  критериального пространства  $R^m$ , аппроксимируется оболочка Эджворта-Парето (ОЭП) выпуклой оболочки  $Y$ , определяемая при  $y \rightarrow \max$  как  $Y_p^c = \{y \in R^m : y \leq y', y' \in \text{conv } Y\}$ . В МРЦ для изучения паретовой границы  $Y_p^c$  пользователь применяет ее визуализацию, указывает на ней цель  $y^*$  и получает несколько альтернатив, «близких» к выбранной цели. В данной работе

<sup>1</sup> Работа выполнена при поддержке гранта Президента РФ по государственной поддержке ведущих научных школ (проект №НШ-2982.2008.1), РФФИ (проект №07-01-00472), программы фундаментальных исследований РАН №14 и программы фундаментальных исследований ОМН РАН №3.

изучается случай, когда значения критериев для альтернативы  $x^j$  заданы неточно и могут принимать любое значение на отрезках  $[a_i^j, b_i^j]$ ,  $i=1, \dots, m$  (т.е. альтернатива  $x^j$  задается параллелепипедом  $A^j = F(x^j)$  в  $R^m$ ); при этом в МРЦ аппроксимируется ОЭП множества  $Y_c' = \text{conv}\{b^1, \dots, b^N\}$ . Пусть  $F(X) = \bigcup_{x \in X} F(x)$ ,  $K$  - непустой подкласс класса строго монотонных функций с максимумом в точке  $y^*$ . Назовем обобщенно близкими к точке  $y^*$  относительно класса  $K$  вариантами из  $F(X)$  множество:

$$C(F(X), K, y^*) = \{A' \in F(X) \mid \exists U'(\cdot) \in K : \max_{y' \in A'} U'(y') \geq \min_{y \in A} U'(y), \text{ для } \forall A \in F(X)\}$$

Так как число функций  $U(\cdot)$  в классе  $K$  обычно бесконечно, то для построения этого множества «в лоб» приходилось бы решать бесконечное число задач. Рассмотрим иной подход. Назовем бинарное отношение  $R$  соответствующим тройке  $(F(X), K, y^*)$ , если  $ARB \Leftrightarrow \min_{y \in A} U(y) > \max_{y' \in B} U(y')$ , для  $\forall U(\cdot) \in K$ . Пусть  $K_R(F(X))$  - ядро бинарного отношения  $R$  на множестве  $F(X)$ .

**Теорема.** Если  $R$  соответствует  $(F(X), K, y^*)$ , то  $C(F(X), K, y^*) \subseteq K_R(F(X))$ .

Бинарное отношение  $R$  назовем сильно соответствующим тройке  $(F(X), K, y^*)$ , где  $K \subset K_M^{Y, y^*}$ , если  $C(F(X), K, y^*) = K_R(F(X))$ . Задача поиска обобщенно близких вариантов сводится к построению такого бинарного отношения и выделению его ядра.

В МРЦ выбираются альтернативы, близкие к целевой точке  $y^*$  относительно класса функций Чебышева  $K_{Ch} = \{U(\cdot) \mid U(y) = -\max_i \lambda_i (y_i - y_i^*), \lambda_i > 0, \text{ для } \forall i\}$ .

Определим  $R_0$  на  $F(X)$ :  $AR_0B \Leftrightarrow \text{для } \forall a \in A, \forall b \in B \text{ и } \forall i : a_i \leq y_i^* \text{ имеем } a_i > b_i$

**Теорема.**  $R_0$  - сильно соответствующее  $(F(X), K_{Ch}, y^*)$  бинарное отношение.

### Литература

2. Гусев Д.В., Лотов А.В. Методы поддержки принятия решений в задаче конечного выбора. В сб.: «Исследование операций (под ред. Ю.П.Иванилова)». // М: ВЦ РАН, 1994, с. 15-43.

### Моделирование аукционов Курно и Викри для двухточечного сетевого рынка

**Шаманаев Антон Сергеевич<sup>1</sup>**

аспирант

Московский государственный университет им. М. В. Ломоносова, факультет  
вычислительной математики и кибернетики, Москва, Россия

e-mail: anton@shamanaev.com

Как известно, традиционная экономическая теория основывается на понятии конкурентного равновесия. Согласно известным «теоремам о благосостоянии», конкурентное равновесие обеспечивает наибольший суммарный выигрыш производителей и потребителей. Однако в действительности значительная доля реальных рынков относится к олигополиям, поэтому исследования математических моделей различных типов олигополии представляют большой интерес.

<sup>1</sup> Автор выражает благодарность профессору, д. ф.-м. н. Васину А. А. за помощь в подготовке доклада.

Типичным подходом к построению математических моделей олигополии является моделирование игры, описывающей олигополистическую конкуренцию. В литературе рассматриваются различные варианты организации рынка, обычно в форме аукциона, проходящего по определенным правилам. В каждом случае аукцион можно описать как игру в нормальной форме, в которой игроками являются производители, а функции выигрыша определяют их прибыли в зависимости от стратегий. В настоящем докладе мы рассматриваем модель аукциона Курно (Amir, 1996; Novshek, 1985; Васин, 2005), где производители выбирают объемы выпуска товара. Концепцией решения является равновесие Нэша в чистых стратегиях. Также рассматривается модель аукциона Викри (Васин, 2005) с резервными ценами.

Исследование различных моделей аукционов представляет интерес в связи с развитием рынка электроэнергии и газа в разных странах. Конкурентный рынок электроэнергии в России функционирует с 2003 г., поэтому, в связи с энергетической реформой страны, в результате которой цены на электроэнергию будут дерегулированы к 2011 г. (см. Постановление Правительства РФ от 07.04.2007 № 205), особый интерес в последнее время представляет еще и изучение *сетевых* экономических рынков в их приложении к электроэнергетике, а также различных моделей сетевых аукционов. На сегодняшний день более 15% производимой в России электроэнергии продается в условиях свободной конкуренции, и в дальнейшем этот процент будет только расти.

Для целей дальнейшего углубленного исследования различных моделей сетевых аукционов нами был разработан программный пакет, позволяющий рассчитывать равновесные цены и объемы при разных рыночных конфигурациях. Цель разработки данного программного пакета – предоставить удобное решение для исследований сетевых рынков различных типов, в том числе конкуренции Вальраса и аукционов Курно и Викри. Программный пакет проектировался с целью дальнейшего расширения функциональности и может быть легко дополнен backend-модулями, описывающими модели других аукционов. Применение описываемого программного пакета может быть полезно для дальнейших научных исследований, а также в качестве пособия для студентов математических и экономических специальностей.

### Литература

1. Amir, R. “Cournot Oligopoly and the Theory of Supermodular Games”. // Games and Economic Behavior, Elsevier, vol. 15 (2), pp. 132-148, 1996.
2. Novshek, W. “On the Existence of Cournot Equilibrium”. // Review of Economic Studies, vol. 52, pp. 85-98, 1985.
3. Васин А. А. «Некооперативные игры в природе и обществе». // Москва: МАКС пресс, 2005.

### Новая верхняя оценка абсолютной постоянной в неравенстве Берри-Эссеена

**Шевцова Ирина Геннадьевна**

ассистент, к.ф.-м.н.

Московский Государственный Университет имени М.В. Ломоносова,  
факультет Вычислительной Математики и Кибернетики, Москва, Россия  
e-mail: ishevtsova@cs.msu.su

Пусть  $X_1, X_2, \dots, X_n$  независимые одинаково распределенные случайные величины с конечными моментами третьего порядка,  $S_n = X_1 + X_2 + \dots + X_n$ ,

$$F_n(x) = P\left\{\frac{S_n - ES_n}{\sqrt{DS_n}} < x\right\},$$

$\Phi(x)$  - функция стандартного нормального распределения. В сделанных выше предположениях оценка скорости сходимости в центральной предельной теореме устанавливается хорошо известным неравенством Берри-Эссеена [1, 2], согласно которому

$$\sup_x |F_n(x) - \Phi(x)| \leq C \cdot \frac{E |X_1 - EX_1|^3}{\sqrt{n}(DX_1)^{3/2}}, \quad (1)$$

где  $C$  – некоторая абсолютная положительная постоянная. Вычислением значения этой постоянной занимались многие исследователи, среди которых Э. Берри, К.-Г. Эссеен, П.Л. Сюй, Х. Бергстрем, К. Такано, Д.Л. Уоллес, А.Н. Колмогоров, Б.А. Рогозин, В.М. Золотарев и др. В работе (Эссеен, 1956) показано, что постоянная  $C$  в (1) не может быть меньше, чем

$$\frac{\sqrt{10} + 3}{6\sqrt{2\pi}} = 0.4097\dots$$

Наиболее важной с практической точки зрения является верхняя оценка константы  $C$ , которая была постепенно снижена с 7.59 (Esseen, 1942) до 0.7655 (Шиганов, 1982) и 0.7056 (Шевцова, 2006).

В данной заметке с помощью модификации метода, предложенного в последней работе, мы показываем, что в сделанных выше предположениях неравенство (1) справедливо с

$$C=0.7015.$$

#### Литература

1. A.C. Berry. The accuracy of the Gaussian approximation to the sum of independent variates. - *Trans. Amer. Math. Soc.*, 1941, vol. 49, p. 122-139.
2. C.G. Esseen. On the Liapunoff limit of error in the theory of probability. - *Ark. Mat. Astron. Fys.*, 1942, vol. A28, No. 9, p. 1-19.
3. C.-G. Esseen. A moment inequality with an application to the central limit theorem. - *Skand. Aktuarietidskr.*, 1956, vol. 39, p. 160-170.
4. И.С. Шиганов. Об уточнении верхней константы в остаточном члене центральной предельной теоремы. - *Проблемы устойчивости стохастических моделей. Труды ВНИИСИ*, 1982, с.109-115.
5. И. Г. Шевцова. Уточнение верхней оценки абсолютной постоянной в неравенстве Берри-Эссеена. – *Теория вероятностей и ее применения*, 2006, т.51, вып.3, с.622-626.

#### Неклассические оценки точности приближения асимптотическими разложениями в центральной предельной теореме в $R^1$

**Ярославцева Лариса Сергеевна**

аспирантка

Московский Государственный Университет им. М. В. Ломоносова, факультет  
Вычислительной Математики и Кибернетики, Москва, Россия

e-mail: ladila@mail.ru

Введение. Неклассическими оценками в центральной предельной теореме (ЦПТ) называются оценки типа неравенства Эссеена, в которых абсолютные моменты заменяются на другие характеристики, отражающие близость распределения рассматриваемых случайных величин к нормальному закону. Примером таких характеристик являются псевдомоменты (см. ниже). Изучению неклассических оценок были посвящены работы ряда авторов (см., например, [2], [3], [4], [6]). Однако, в этих работах рассматривалась лишь точность приближения нормальным законом в ЦПТ.

Автором же настоящего доклада с использованием метода, предложенного в [1], были получены неклассические оценки точности приближения короткими асимптотическими разложениями в ЦПТ.

Постановка задачи. Рассматривается последовательность  $X_1, \dots, X_n$  независимых случайных величин с нулевыми средними с функцией распределения, дисперсией, третьим и абсолютным третьим моментом  $X_k$  соответственно  $F_k, \sigma_k^2 < \infty, \alpha_{3,k}$  и  $\beta_{3,k}, k=1, \dots, n$ . Положим

$$S^2 = \sum_{k=1}^n \sigma_k^2, \quad L_3 = \sum_{k=1}^n \sigma_k^3, \quad L_4 = \sum_{k=1}^n \sigma_k^4, \quad \alpha_3 = \sum_{k=1}^n \alpha_{3,k}, \quad \beta_3 = \sum_{k=1}^n \beta_{3,k}.$$

Будем предполагать, что  $S^2 \neq 0$ . Обозначим через  $F$  функцию распределения с.в.

$S^{-1} \sum_{k=1}^n X_k$ . Введем, так называемые, 3-й и 4-й псевдомоменты с.в.  $X_k, k=1, \dots, n$ :

$$v_{3,k} = \int_R |x|^3 |F_k - \Phi_k|(dx), \quad v_{4,k} = \int_R x^4 |F_k - \Phi_k|(dx),$$

где  $\Phi_k(x) = \Phi(x/\sigma_k), \Phi(x) = (2\pi)^{-1/2} \int_{-\infty}^x e^{-t^2/2} dt$ . Пусть  $v_3 = \sum_{k=1}^n v_{3,k}, v_4 = \sum_{k=1}^n v_{4,k}$ . Нас

будет интересовать оценка близости функции распределения  $F(x)$  и её коротких асимптотических разложений (см. [5]):

$$G_n(x) = \Phi(x) + \frac{\alpha_3}{6\sqrt{2\pi}S^3} (1-x^2)e^{-x^2/2}.$$

Основные результаты. Предположим, что с.в.  $X_1, \dots, X_n$  удовлетворяют условию Крамера:

$$\limsup_{|t| \rightarrow \infty} |f_k(t)| \leq \theta_k < 1,$$

где  $f_k(t) = Ee^{itX_k}$  – характеристическая функция  $X_k, k=1, \dots, n$ . Пусть  $\theta = \max_{1 \leq k \leq n} \theta_k$ . Тогда справедлива следующая

**Теорема.** Для всех  $x$  и  $n$

$$|F(x) - G_n(x)| \leq c \left( \frac{v_4}{S^4} + \frac{v_4^{1/2} L_4^{1/2}}{S^4} + \frac{v_3^2}{S^6} + \frac{v_3^{4/3} L_3^{2/3}}{S^6} + \frac{\beta_3^4}{S^{12}} + n\sqrt{n}\theta^n \right) \quad (1)$$

с некоторой абсолютной константой  $c$ .

**Следствие.** В случае одинаково распределенных  $X_1, \dots, X_n$  (1) примет вид

$$\left| F(x) - \Phi(x) - \frac{\alpha_{3,1}}{6\sqrt{2\pi}\sigma_1^3} (1-x^2)e^{-x^2/2} \right| \leq c \left( \frac{1}{n} \left[ \frac{v_{4,1}}{\sigma_1^4} + \left( \frac{v_{4,1}}{\sigma_1^4} \right)^{1/2} + \left( \frac{v_{3,1}}{\sigma_1^3} \right)^2 + \left( \frac{v_{3,1}}{\sigma_1^3} \right)^{4/3} \right] + \frac{1}{n^2} \cdot \left( \frac{\beta_{3,1}}{\sigma_1^3} \right)^4 + n\sqrt{n}\theta^n \right).$$

### Литература

- [1] Bentkus V. A new method for approximations in probability and operator theories. Lithuanian Math. J., 43, 2003, 367-388.
- [2] Sazonov V.V., Ulyanov V.V. On the accuracy of normal approximation. J.Multivariate Anal., 12, 1982, 371-384.

- [3] Zolotarev V.M. Exactness of an approximation in the central limit theorem. Proc. Second Japan-USSR Symp. Probab. Theory, Lect. Notes Math., 330, 1973, 531-543.
- [4] Паулаускас В. Об оценке скорости сходимости в многомерной центральной предельной теореме. II. Литовский математический сборник, IV, 4, 1969, 791-815.
- [5] Петров В.В. Предельные теоремы для сумм независимых случайных величин. Наука, Москва, 1987.
- [6] Ротарь В.И. Неклассические оценки скорости сходимости в многомерной центральной предельной теореме. I. Теория вероятностей и ее применения, XXII, 4, 1977, 774-790.

## Подподсекция «Дискретная математика и кибернетика»

### Технология построения тетраэдральных сеток

*Данилов Александр Анатольевич*

*аспирант*

*Институт Вычислительной Математики РАН, Москва, Россия*

*E-mail: a.a.danilov@gmail.com*

Построение сеток является одним из шагов при решении задач компьютерного моделирования. В приложениях часто используют неструктурированные тетраэдральные сетки. Они позволяют достаточно точно аппроксимировать сколь угодно сложную геометрию области. Тетраэдральная сетка для некоторой области в пространстве представляет собой разбиение этой области на тетраэдры. Важным свойством сетки является ее конформность: два соседних тетраэдра могут иметь либо ровно одну общую вершину, либо ровно одно общее ребро, либо должны иметь целую общую грань между ними. Любые частичные пересечения тетраэдров в конформной сетке запрещены. В этой работе предложена технология построения трехмерных тетраэдральных конформных сеток в различных областях и рассмотрено несколько способов формального описания геометрических областей. В качестве основного алгоритма для построения тетраэдральных сеток был выбран метод продвигаемого фронта (advancing front technique). Этот метод предполагает задание начальной дискретизации границы области, называемой начальным фронтом.

В разных задачах геометрические формы моделей имеют разную сложность. Например, в случае моделирования подводного ядерного взрыва можно использовать область простой формы в виде шара или куба. В задачах экологии используются более сложные модели, например пересечение или объединение нескольких простых фигур. В производстве широко применяются системы автоматизации проектных работ (САПР) для создания геометрических моделей изделий. Не исключено и применение трехмерного сканирования для получения компьютерной модели реально существующего объекта, например, в медицине. В разных задачах удобен тот или иной способ задания геометрии модели. В работе будет рассмотрено несколько методов задания начального фронта:

- Аналитическое задание поверхности с помощью гладких параметризованных кусков с общей параметризацией на границе.
- Взаимодействие с геометрическим ядром САПР.
- Модификация имеющейся поверхностной триангуляции.
- Объединение и пересечение поверхностных сеток на геометрических примитивах.

Также в работе будут рассмотрены некоторые способы постобработки полученной сетки, например, сгущение и разгружение, сжатие и вытягивание, и адаптация под конкретную задачу.

### Литература

1. George P.L. Automatic mesh generation and finite element computation. // Handbook of Num.Anal., 1996, V.4, p.127-148.
2. George P.L., Borouchaki H., Saltel E. 'Ultimate' robustness in meshing an arbitrary polyhedron. // Int. J. Numer. Meth. Eng, 2003, 58, №7, p.1061-1089.
3. Василевский Ю., Вершинин А., Данилов А., Пленкин А. Технология построения тетраэдральных сеток для областей, заданных в САПР. // Матричные методы и технологии решения больших задач (под ред. Е.Е.Тыртышников), М: ИВМ РАН, 2005.
4. <http://sourceforge.net/projects/ani3d/> (3D Generator of Anisotropic Meshes).

### Хроматическая определяемость некоторых полных трехдольных графов

*Королева Татьяна Александровна*

*аспирант*

*Уральский государственный университет им. А.М. Горького,  
Математико-механический факультет, Екатеринбург, Россия  
e-mail: tatyana\_borodina@mail.ru*

В данной работе мы рассматриваем только обыкновенные графы, т. е. графы без петель и кратных ребер. Обозначения и терминологию для графов будем использовать в соответствии с [1].

Пусть  $G$  – произвольный  $(n, m, k)$ -граф, т. е. граф, имеющий  $n$  вершин,  $m$  ребер и  $k$  компонент связности. Для натурального числа  $x$  через  $P(G, x)$  обозначим число всевозможных раскрасок графа  $G$  в  $x$  заданных цветов, причем не предполагается, что в раскраске должны быть использованы все  $x$  цветов. Хорошо известно (см. [1]), что функция  $P(G, x)$  является многочленом степени  $n$  от  $x$ , который называют хроматическим многочленом графа  $G$ .

Два графа называются хроматически эквивалентными или  $\chi$ -эквивалентными, если они имеют одинаковые хроматические многочлены.

Предположим, что каждому графу приписано некоторым образом число. Это число называют хроматическим инвариантом, если оно одинаково для любых двух хроматически эквивалентных графов. Хроматическими инвариантами являются число вершин, число ребер, число компонент связности и число треугольников графа; для трехдольных графов инвариантом также является число 4-циклов без хорд.

Граф называется хроматически определяемым или  $\chi$ -определяемым, если он изоморфен любому хроматически эквивалентному ему графу. Это понятие ввели в 1978 г. Chao C.Y. и E.G. Whitehead Jr.

Различными авторами были проведены многочисленные исследования по изучению хроматической эквивалентности и хроматической определяемости для графов. Большое внимание было уделено  $\chi$ -определяемости полных многодольных графов  $K(n_1, n_2, \dots, n_t)$ . В 1990 г. Koh K.M. и Тео K.L. доказали, что полный двудольный граф  $K(n_1, n_2)$  хроматически определяется при  $n_1 \geq n_2 \geq 2$ . Затем в многочисленных работах были найдены разнообразные классы  $\chi$ -определяемых полных многодольных графов. Основная проблема здесь состоит в следующем:

является ли хроматически определяемым полный многодольный граф  $K(n_1, n_2, \dots, n_t)$  при  $t \geq 3$  и  $n_1 \geq n_2 \geq \dots \geq n_t \geq 2$ ?

Через  $NPL(n, t)$ , где  $1 \leq t \leq n$ , обозначим множество всех разбиений длины  $t$  натурального числа  $n$ . Ранее В.А. Баранским и автором доказано, что  $NPL(n, t)$  является решеткой относительно естественного порядка  $\geq$ , задаваемого следующим образом.

Пусть  $n = u_1 + u_2 + \dots + u_t = v_1 + v_2 + \dots + v_t$  – два разбиения натурального числа  $n$ . Тогда  $(u_1, u_2, \dots, u_t) \geq (v_1, v_2, \dots, v_t)$  в том и только в том случае, когда  $u_1 + u_2 + \dots + u_i \geq v_1 + v_2 + \dots + v_i$  для всех  $1 \leq i \leq t$ .

Справедлива следующая

**Теорема.** Пусть  $n$  – натуральное число и  $h$  – неотрицательное целое число  $\leq 3$ . Тогда любой полный  $n$ -граф с неоднородными долями, имеющий высоту  $h$  в решетке  $NPL(n,3)$  является хроматически определяемым.

### Литература

1. Асанов М.О., Баранский В.А., Расин В.В. Дискретная математика: графы, матроиды, алгоритмы. – Ижевск: НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», 2001. 288с.

### Об индексах и периодах нечетких матриц и графов

*Максимов Алексей Алексеевич*<sup>1</sup>

*аспирант*

*Саратовский государственный социально-экономический университет, Саратов,  
Россия*

*e-mail: almax12@yandex.ru*

Как известно, нечеткие матрицы являются одним из языков для изучения дискретных систем, не допускающих точного описания [1,5]. Примером такой системы является нечеткий автомат [6,3]. Функция переходов для каждого входного сигнала в этом случае представляется нечеткой матрицей. Итерации входного сигнала соответствует возведение матрицы в степень.

Известно, что любая квадратная нечеткая матрица образует относительно операции min-max-умножения циклическую полугруппу. Так как общий состав элементов нечеткой матрицы при возведении её в степень не расширяется, то циклическая полугруппа, порожденная нечеткой матрицей, конечна и потому для каждой такой матрицы  $A$  определены натуральные числа  $k$  и  $m$  ( $k \leq m$ ) такие, что  $A^k = A^m$ . Числа  $ind(A) = k - 1$  и  $p(A) = m - k$ , где  $k$  и  $m$  наименьшие из натуральных чисел для которых выполняется равенство  $A^k = A^m$ , называют индексом и периодом нечеткой матрицы.

Говоря об индексе и периоде некоторого графа  $G$ , будем иметь в виду индекс и период его матрицы смежности.

Ранее в [4], автором рассматривались некоторые вопросы, касающиеся индекса и периода нечеткой матрицы. Приводились оценки индексов и периодов некоторых видов графов, в частности бесконтурных и функциональных графов.

Использование теоретико-графового подхода позволяет интенсифицировать научные исследования, а также в некоторых случаях позволяет обобщить результаты, полученные для булевых матриц на собственно нечеткие матрицы.

Показана справедливость следующей теоремы.

**Теорема.** Для любой нечеткой матрицы  $A_n$ ,  $ind(A_n) \leq (n-1)^2$ .

Доказано, что любой неориентированный граф имеет период равный 1 или 2. Также получены оценки для некоторых других видов нечетких матриц и графов.

---

<sup>1</sup> Автор выражает признательность профессору, академику РАЕН, д.т.н. Сытнику А.А. за помощь в подготовке тезисов.

## Литература

1. Кофман А. Введение в теорию нечетких множеств; Пер. с франц.-М.: Радио и связь, 1982.-432 с., ил.
2. Максимов А.А. Об индексе и периоде нечеткой матрицы // Саратов. Гос. ун-т.-Саратов, 2005.-11 с.-Библиогр.: 2 назв. - Рус. - Деп. в ВИНТИ 20.01.05, № 78-В2005.
3. Максимов А.А. Исследование сложных информационных систем с использованием универсально-алгебраических конструкций нечетких автоматов // Вестник Саратовского государственного социально-экономического университета. - Саратов. 2006. №14(3) С.126-128.
4. Максимов А.А., Салий В.Н., Индексы и периоды нечетких матриц и графов // Теоретические проблемы информатики и её приложений: Сб. науч. тр. / Под ред. проф. А.А. Сытника. - Саратов: Изд-во Саратов. ун-та, 2006. - Вып.7. С. 87-95.
5. Салий В.Н. Нечеткие дискретные системы //Известия Саратов. гос. ун-та.- 2003. - Т.3, вып. 2. - С. 159-168.
6. Wee W.G., Fu K.S. A Formulation of Fuzzy Automata and its Applications as a Model of Learning Systems // I.E.E.E. Trans. Syst. Science and Cybernetics. 1969. Vol. SSC-5, pp. 215-223.

**О единственности граничного класса для задачи о независимом множестве в классе планарных графов**

*Малышев Дмитрий Сергеевич<sup>1</sup>*

*аспирант, ассистент*

*Нижегородский государственный университет им. Н.И. Лобачевского, факультет  
Вычислительной Математики и Кибернетики, Н.Новгород, Россия*

*E-mail: dsmalyshev@rambler.ru*

*Независимым множеством* в обыкновенном графе называется множество попарно несмежных вершин. *Задача о независимом множестве* (в дальнейшем кратко «задача НМ») для данного графа состоит в нахождении независимого множества наибольшей мощности.

Класс графов называется *наследственным*, если он замкнут относительно удаления вершин. Каждый наследственный класс  $X$  (и только наследственный) определяется некоторым множеством своих запрещенных порождённых подграфов  $F$ , при этом принята запись  $X=Free(F)$ . Если  $F$  конечно, то класс  $X$  называется *конечно определённым*. Класс графов  $X$  будем называть *граничным* для класса  $Y$ , если существует такая последовательность  $X_1 \supseteq X_2 \supseteq \dots$  подклассов класса  $Y$ , что задача НМ в каждом подклассе NP-полна,  $X$  – пересечение всех классов последовательности и  $X$  является минимальным с таким свойством. Интерес к поиску граничных классов для задачи НМ вызывает следующая теорема, доказательство которой аналогично доказательству теоремы 3 работы [1]:

**Теорема 1.** *Пусть  $X$  – конечно определённый класс, содержащийся в классе  $Y$ . Задача НМ является NP-полной в классе графов  $X$  тогда и только тогда, когда  $X$  содержит какой-нибудь граничный для  $Y$  класс.*

В [1] доказано (при условии  $P \neq NP$ ), что для  $Y=G$  ( $G$  – множество всех графов) некоторый конкретный класс является граничным для задачи НМ. Это класс  $T$  – класс всех графов, каждая компонента связности которых является простым путём или триодом. *Триодом*  $T_{ijk}$  называется дерево, имеющие одну вершину степени три и ровно три листа, отстоящие от вершины степени три на расстояниях  $i, j, k$  соответственно. К

<sup>1</sup> Автор выражает признательность профессору, д.ф.-м.н. Алексееву В.Е. за внимание к работе.

настоящему времени неизвестно, существуют ли для случая  $Y=G$  граничные классы, отличные от  $T$ . Доказательство единственности класса  $T$  эквивалентно доказательству того, что для любого  $G \in T$  задача НМ в классе  $\text{Free}(G)$  полиномиально разрешима [1]. К настоящему времени это доказано только для классов  $\text{Free}(P_4)$  и  $\text{Free}(T_{122})$ . В тоже время, если рассматривать какую-нибудь часть множества  $G$ , то можно надеяться на исчерпывающее решение вопроса. В данной публикации рассматривается случай  $Y=\text{Planar}$ , где **Planar** – класс планарных графов. Класс  $T$  является граничным для класса **Planar**, доказательство этого почти дословно повторяет соответствующие доказательства из [1]. Хотя пока не удалось доказать, что  $T$  является единственным граничным для **Planar** классом (для этого достаточно показать, что любого  $G \in T$  задача НМ в классе графов  $\text{Planar} \cap \text{Free}(G)$  полиномиально разрешима), имеется значительный прогресс в продвижении к цели, нежели в случае  $Y=G$ . Так, удалось получить следующий результат:

**Теорема 2 [2].** Для любого натурального  $k$  задача НМ в классе  $\text{Planar} \cap \text{Free}(T_{12k})$  полиномиально разрешима.

### Литература

1. Alekseev V.E. (2004) On easy and hard classes of graphs with respect to the independent set problem. // Discrete Applied Mathematics. V. 132. P. 17-26.
2. Алексеев В.Е., Малышев Д.С. Классы планарных графов с полиномиально разрешимой задачей о независимом множестве. // Дискретный анализ и исследование операций (принято к публикации).

### О некоторых классах булевых функций дефекта нуля

*Смышляев Станислав Витальевич<sup>1</sup>*

*студент*

*Московский Государственный Университет имени М.В. Ломоносова,  
факультет Вычислительной Математики и Кибернетики, Москва, Россия  
E-mail: smyshsv@gmail.com*

Одним из важных вопросов анализа криптографических примитивов, построенных на основе регистров сдвига и булевых функций, является принципиальная возможность получения произвольной выходной последовательности любой длины. В связи с этим, для булевой функции  $f(x_1, \dots, x_n)$  возникает вопрос о разрешимости систем вида:

$$f(x_i, \dots, x_{i+n-1}) = y_i, i = 1, \dots, m. \quad (*)$$

Если для любых  $m \geq 1$ ,  $y_j \in \{0,1\}$ ,  $j = 1, \dots, m$  система (\*) разрешима относительно переменных  $x_1, \dots, x_{m+n-1}$ , булева функция  $f$  называется функцией дефекта нуля. ([1],[3])

**Теорема:** Пусть  $f(x_1, \dots, x_n)$  имеет правый барьер длины  $k$ , то есть, при  $m = k$  ( $k \geq 1$ ) система

$$\begin{cases} f(x_1, \dots, x_{n-1}, 0) = f(x_1, \dots, x_{n-1}, 1) \\ f(x_2, \dots, x_{n-1}, 0, y_{n+1}) = f(x_2, \dots, x_{n-1}, 1, z_{n+1}) \\ \dots \\ f(x_m, \dots, x_{n-1}, 0, y_{n+1}, \dots, y_{m+n-1}) = f(x_m, \dots, x_{n-1}, 1, z_{n+1}, \dots, z_{m+n-1}) \end{cases}$$

не имеет решений, а аналогичная система при  $m = k - 1$  имеет хотя бы одно решение.

---

<sup>1</sup> Автор выражает глубокую признательность своему научному руководителю Логачеву О.А. за помощь в подготовке тезисов.

Тогда  $f(x_1, \dots, x_n)$  является функцией дефекта нуль.

Достаточным условием наличия у функции  $f(x_1, \dots, x_n)$  правого барьера длины  $k$  является линейная зависимость  $f$  от  $x_{n-k+1}$  при отсутствии существенной зависимости от  $x_{n-k+2}, \dots, x_n$ . Это условие является также и необходимым тогда и только тогда, когда  $k \leq 2$ .

Исследованы функции с барьером длины  $k = 3$ , получен новый широкий класс функций с барьером длины  $k = 3$ , отличный от близкого по структуре класса, полученного О.А.Логачевым и В.В.Яценко. Доказано существование для всех  $n \geq 5$  функций дефекта нуль, не имеющих барьеров.

Получены отличные от предложенных в работах [1] и [3] большие классы преобразований булевых функций, которые оставляют функцию  $f(x_1, \dots, x_n)$  в множестве функций дефекта нуль при условии наличия у  $f(x_1, \dots, x_n)$  правого или левого барьера длины не большей  $k < n$ . Существование этих классов преобразований дает возможность эффективно описывать соответствующие классы булевых функций дефекта нуль.

### Литература

1. С.Н. Сумароков. Запреты двоичных функций и обратимость для одного класса кодирующих устройств. Обзорение прикладной и промышленной математики. Том 1, выпуск 1, 1994, с. 33-55.
2. О.А. Логачев, А.А. Сальников, В.В. Яценко. Булевы функции в теории кодирования и криптологии. МЦНМО, М., 2004.
3. О.А. Logachev. On Perfectly Balanced Boolean Functions. <http://eprint.iacr.org/2007/022>.

## Подсекция «Программирование»

### Подподсекция «Аппаратная база и общая теория программирования»

#### Высокоуровневая система программирования графических процессоров

*Адинец Андрей Викторович*

*аспирант 2 г.о.*

*Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова, Москва, Россия*

*E-mail: adinetz@gmail.com*

#### Введение

Уже несколько лет современные графические процессорные устройства (ГПУ) [1] активно используются для высокопроизводительных вычислений. Основными достоинствами графических процессоров по сравнению с традиционными архитектурами для высокопроизводительных вычислений являются их относительно невысокая стоимость (порядка \$1/Гфлопс), высокая производительность (до 500 Гфлопс на одну карту), достигаемая реальная производительность (до 70% пиковой), высокая доступность (есть почти в каждом ПК и используется относительно мало) и невысокое энергопотребление (около 1 Вт/Гфлопс). Вычисления, проводимые на ГПУ, включают среди прочего матричные операции, решения уравнений математической физики и финансовые расчеты [2].

Основным препятствием на пути широкого использования ГПУ является отсутствие для них средств высокоуровневого программирования. До недавнего времени единственным доступным средством программирования являлись графические библиотеки DirectX и OpenGL. Более высокоуровневые средства потокового программирования (Accelerator, RapidMind) появились только в 2006-2007 гг. Хотя они значительно облегчают написание программ, они по-прежнему являются относительно низкоуровневыми и требуют явного разбиения алгоритма на проходы. Более того, они не позволяют использовать функции, написанные на языках программирования для вычислений на ГПУ. Код на ГПУ должен описываться в терминах вызовов методов этих библиотек.

### **Разработанная система**

Система C\$ [3] представляет собой высокоуровневую систему программирования на современных графических процессорах. Система состоит из 2-х частей: языка программирования C\$, предназначенного для написания программ, и системы исполнения C\$, которая осуществляет динамическую трансляцию и исполнение программ на графическом процессоре.

Язык C\$ представляет собой высокоуровневый компилируемый язык программирования. С одной стороны, он похож на язык Java (и другие подобные языки), что облегчает его освоение. С другой стороны, язык содержит средства, облегчающие параллельное программирование на ГПУ, а именно – средства массивного и функционального программирования. Массив C\$ является объектом, специально оптимизированным для высокопроизводительных вычислений – он может храниться в памяти ГПУ, а его представление зависит от решаемой задачи. Другие элементы языка – операция суперпозиции функций (может применяться и к массивам, так как массив в языке – тоже функция), редукции, приведения функции к массиву (вызывает вычисление функции на ГПУ) – позволяют писать небольшие и эффективные программы. Компилятор C\$ выполняет разделение последовательного и параллельного кода (который представляет использование специальных средств языка). Последовательный код транслируется в промежуточный язык .NET – это позволяет интегрировать его с другими написанными на .NET приложениями. Параллельный код транслируется в вызовы к системе исполнения.

Система исполнения состоит из 3-х уровней: машинно-независимого, уровня семейства устройств и уровня конкретного устройства. Машинно-независимый уровень обеспечивает представление программы в виде графа операций и его машинно-независимую оптимизацию. Уровень семейства архитектур в настоящее время является самым сложным. На нем граф операций транслируется в код для исполнения на ГПУ. На этом же уровне осуществляется основная часть оптимизаций: выбор представления массива данных в памяти ГПУ, использование операций с четверками чисел и другие оптимизации. За счет оптимизаций на этом уровне производительность удается повысить до 6 раз по сравнению с простым кодом. Уровень устройства непосредственно взаимодействует с драйвером ГПУ. Его задача – управление физической памятью, а также генерация и исполнение машинного кода. В настоящее время существует уровень устройства для ГПУ AMD [4], уровни устройства для OpenGL и NVIDIA CUDA [5] находятся в разработке.

### **Результаты**

Система C\$ была протестирована на решении задач умножения матриц, аппроксимации синусов и расчета цены опционов по формуле Блэка-Шоулза на графических процессорах серии AMD X1K. Размер матриц – 1024x1024 элемента,

размер массивов в других задачах – 260000 элементов. Результаты (производительность и объем программы) приведены в таблице 1.

| Задача                  | Производительность на AMD X1600 (пик 42 Гфлопс) | Производительность на AMD X1950 Pro (167 Гфлопс) | Размер программы (строк кода) |
|-------------------------|---|--|-------------------------------|
| Умножение матриц        | 26,91   | 76,79  | 25                            |
| Аппроксимация $\sin(x)$ | 3,5   | 14,1   | 34                            |
| Формула Блэка-Шоулза    | 17,42   | -  | 55                            |

Таблица 1. Производительность системы C\$ на некоторых задачах.

Дальнейшие работы по разработке системы будут включать трансляцию и оптимизацию программ для других графических (в частности, NVIDIA CUDA) и неграфических (в частности, многоядерные процессоры Intel) архитектур.

### Литература

1. [www.gpgpu.org](http://www.gpgpu.org) (*сайт, посвященный вычислениям на ГПУ*)
2. Адинец А. В., Сахарных Н. А. О программировании вычислений общего назначения на современных графических процессорах // труды конференции «Научный сервис в сети Интернет-2007», с. 249-256, Новороссийск, сентябрь 2007.
3. [www.codeplex.com/cbucks](http://www.codeplex.com/cbucks) (*сайт проекта C\$*)
4. Peercy, Mark, Segal, Mark и Gerstmann, Derek. A performance-oriented data parallel virtual machine for GPUs. // Proceedings of ACM SIGGRAPH 2006 Sketches. ISBN:1-59593-364-6.
5. NVIDIA Corporation. NVIDIA CUDA Complete Unified Device Architecture. 12 February 2007 г.

### Сетевая файловая система общего назначения на базе FUSE

**Баранов Константин Александрович**

*студент*

*Тольяттинский государственный университет, Факультет математики и информатики, Тольятти, Россия*

*e-mail: const@tltsu.ru*

История сетевых файловых систем в операционных системах семейства UNIX берёт начало от разработанных в 80-90-х годах XX века RFS (Remote File Sharing, AT&T) и NFS (Network File System, Sun Microsystems). Эти файловые системы позволяли подключить каталог сервера к локальной файловой системе и работать с файлами внутри него так же, как с локальными файлами. Это можно использовать для решения множества задач. Особый интерес представляет использование сетевых файловых систем для организации бедисковых рабочих станций.

К настоящему моменту созданы гораздо более функциональные сетевые и распределённые файловые системы. Но все они имеют те или иные недостатки относительно применения в качестве корневой файловой системы. Например, ограниченная поддержка семантики POSIX доступа к файлам, неудобные механизмы аутентификации, избыточный функционал.

Начата разработка новой сетевой файловой системы, удовлетворяющей следующим требованиям:

- максимально полная поддержка семантики POSIX;
- гибкая расширяемая система аутентификации;

- возможность выбора транспортного протокола (TCP, TLS и др.) и добавления новых при необходимости;
- реализация полностью в виде пользовательских приложений, а не модулей ядра ОС.

Серверная часть работает по принципу “один клиент – один процесс”, что позволяет возложить большую часть обязанностей по поддержанию контекста сеанса и проверке прав доступа к файлам на операционную систему сервера. Клиентская часть представляет собой драйвер на базе FUSE – библиотеки для создания кроссплатформенных драйверов файловых систем, работающих на уровне пользователя, а не ядра ОС.

Сетевое взаимодействие осуществляется с помощью специально разработанного протокола RPC (удалённый вызов процедур), похожего на протокол SunRPC, используемый в NFS. Главные усовершенствования относительно SunRPC: работа на сеансовом уровне и поддержка выбора и добавления транспортных протоколов. Реализована поддержка протоколов TCP и TLS.

### **Автоматическое доказательство теорем в системах верификации программ**

***Батманов Кирилл Николаевич***

*ассистент*

*Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова, Москва, Россия*

*e-mail: \_\_kirill@mail.ru*

Верификация программ – доказательство их свойств, выраженных в виде логических формул – *формальных спецификаций*. В этой работе рассматривается задача верификации функциональных программ: программа, заданная в виде набора определений функций, транслируется в логическую форму на том же языке, на котором задана спецификация (т.е. находится денотационная семантика программы), после чего необходимо доказать, что при заданных определениях функций спецификация верна. Такие доказательства, как правило, бывают громоздкими и трудными для понимания, даже для сравнительно простых программ, поэтому желательно полностью автоматизировать процесс доказательства. Существующие системы формального доказательства теорем в значительной степени полагаются на помощь человека, особенно на нетривиальных шагах доказательства, что ограничивает их применимость к задаче верификации программ.

Разработанная система автоматического доказательства основывается на *системах переписывания термов*. В этих системах исходная теорема представляется в виде терма, а доказательство состоит в последовательном переписывании этого терма в соответствии с правилами переписывания, которые играют роль правил вывода. Пример правила переписывания:

$$X * 0 \Rightarrow 0$$

Доказательство считается успешно завершённым, если исходный терм был переписан в константу «истина». Основная сложность в доказательствах этим методом состоит в применении математической индукции, необходимой при доказательстве свойств рекурсивных программ. Поскольку все нетривиальные функциональные программы содержат рекурсивные определения, в системах автоматического доказательства должны быть методы для применения индукции. Один такой метод, *риплинг* [1], представляет из себя эвристику для выбора правил переписывания с целью уменьшить различия между переписываемым термом и некоторым термом-целью. Рипплинг применяется при доказательстве шага индукции, при этом исходный терм – это вывод индукции, а цель – предположение индукции. В разработанной системе этот метод был обобщен: добавлена возможность направлять переписывание к нескольким целям. Цели выбираются из

левых частей правил переписывания, которые представляются перспективными для доказательства. Например, перспективными считаются правила, получившиеся из исходных определений функций. Также в систему встроены некоторые эвристики для выбора схемы индукции и обобщения предположения индукции, которое бывает необходимо для успешного доказательства.

Система реализована на основе системы доказательства теорем HOL Light. Новые методы позволили решить некоторые тестовые задачи верификации, с которыми не справились другие системы автоматического доказательства (IsaPlanner [3], LambdaClam [2]).

### Литература

1. Rippling: Meta-Level Guidance for Mathematical Reasoning, Alan Bundy, David Basin, Dieter Hutter, Andrew Ireland, Cambridge University Press, 2005. ISBN 052183449X
2. Proof Planning, A. Bundy in B. Drabble (ed) *Proceedings of the 3rd International Conference on AI Planning Systems, (AIPS) 1996*, pp. 261-267, 1996.
3. *Best-First Rippling*. Johansson, M, Bundy, A. and Dixon, L. In O. Stock and M. Schaerf (Eds.): Reasoning, Action and Interaction in AI theories and Systems: Essays dedicated to Luigia Carlucci Aiello, LNAI 4155, pp. 83-100, 2006. Springer-Verlag Berlin.

### Автоматическое сканирование веб-приложений на наличие уязвимостей

*Глов Артем Владимирович*

*студент*

*Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова, Москва, Россия*

*E-mail: glotov.artiom@gmail.com*

В настоящее время существуют и активно развиваются различные информационные системы. Этому способствует глобальная сеть Интернет, соединяющая миллиарды компьютеров по всему миру, самый известный и распространенный сервис которой – WWW, «глобальная паутина» [1]. Основу Интернет составляют веб-приложения – приложения, работающие с пользователем по протоколу HTTP, входящие в состав веб-сервера. Зачастую они работают с конфиденциальной информацией, утечка которой или затруднения при доступе к ней будет означать убытки владельца. Поэтому во время разработки и эксплуатации веб-приложений необходимо заботиться не только о прямых информационных задачах, но и об их защите, обеспечении безопасности.

Существует большое количество методов защиты информации на различных стадиях жизненного цикла веб-приложения, данный доклад посвящен методам защиты информации на этапе тестирования. При этом предполагается, что тестировщик не имеет доступа к исходным кодам веб-приложения, может работать с ним только по протоколу HTTP, в литературе называется тестированием по модели «черного ящика» [2].

Общий сценарий тестирования: по HTTP-протоколу на вход веб-приложению подается некий тестовый запрос. Затем на него приходит ответ, по которому судится, найдена ли уязвимость или нет.

Таким образом, для применения модели черного ящика с целью нахождения уязвимостей, требуется решить несколько подзадач:

- построить профиль (“множество входов”) веб-приложения
- сформировать тестовые запросы, которые будут подаваться на найденные входы
- анализировать полученные результаты на предмет наличия уязвимостей в веб-приложении.

Согласно [2], большая часть современных информационных ресурсов сети Интернет представляет собой динамически генерируемые веб-страницы. И для их извлечения из веб-приложения не достаточно простого анализа HTML-кода страницы, а необходимо выполнять процедуры заполнения веб-форм и интерпретации java-скриптов.

Второй и третий пункты подразумевают процесс непрерывной посылки запросов на вход веб-приложению. В этих запросах может содержаться как корректная информация, подобно которой генерируют пользователи, так и некорректная. В нее могут входить заведомо некорректные параметры, случайные данные, беспорядочные действия пользователя и другие. Цель данного тестирования – определить, насколько устойчиво веб-приложение к различным типам данных и какие нагрузки оно способно выдерживать.

В результате исследования были изучены методы и реализовано программное средство, позволяющее проводить тестирование веб-приложений по модели «черный ящик» в автоматическом режиме. Для построения профиля средство решает две подзадачи, связанные с автозаполнением веб-форм и интерпретацией java-скриптов, которые встречаются на веб-страницах. Реализованные методы обнаруживают такие классы уязвимостей, как XSS, SQL Injection, code execution и другие. Затем были проведены сравнительные тесты на все изученные методы, в результате которых была показана их практическая применимость.

#### Литература

1. Эндрю Таненбаум «Компьютерные сети» (4-е издание): Питер, 2003
2. Соммервил И. Инженерия программного обеспечения. 6-е изд. М.: Вильямс, 2002.
3. Benedikt M., Freire J., Godefroid P., “VeriWeb: Automatically Testing Dynamic Web Sites.” In: Proceedings of the 11th International Conference on the World Wide Web (Honolulu, Hawaii, May 2002).

#### **VIVA64, система выявления ошибок в исходном коде программ при переносе ПО на 64-битные платформы**

**Колосов А.П., Рыжков Е.А.**

*студент, аспирант*

*Тульский государственный университет, факультет кибернетики, г. Тула, Россия*

*e-mail: Zeratul@home.tula.net*

В связи с возрастающей популярностью 64-битных процессоров задача переноса 32-битного программного обеспечения на новые платформы становится все более и более актуальной. На практике, однако, возникли непредвиденные трудности – код, корректно работавший на 32-битных процессорах, стал приводить к ошибкам, не диагностируемым стандартными средствами, на 64-битных процессорах.

Для автоматического обнаружения этих ошибок был разработан статический анализатор Viva64, предназначенный для работы с исходным кодом на языках Си/Си++. Данный анализатор обладает следующими основными свойствами:

1. Анализатор Viva64 предназначен только для поиска ошибок, возникающих при переносе кода с 32-битных систем на 64-битные.

2. Viva64 обеспечивает интеграцию со средой разработки Microsoft Visual Studio, позволяя анализировать файлы, проекты и решения, выполнять быстрый переход к потенциально некорректным строкам кода, а также обладает интегрированной в справочную систему подробной документацией по ошибкам, связанным с переносом кода на 64-битные платформы.

3. Viva64 обладает минимальным набором настроек и готова к работе сразу же после установки, что выгодно отличает ее от программ-конкурентов.

### Литература

1. Свидетельство об официальной регистрации программ для ЭВМ N2007614164 «Вива64» // Карпов Андрей Николаевич, Рыжков Евгений Александрович.
2. Рыжков Е.А., Карпов А.Н. Применение технологии статического анализа кода в современном процессе разработки программ. // Сборник трудов конференции "Software Engineering Conference (Russia) 2007 - SEC(R)-2007", 2007, Москва, с. 240-245.
3. Сайт проекта Viva64. <http://www.Viva64.com>

### **Быстрый поиск регулярных выражений в сетевом трафике и автоматическая генерация новых сигнатур**

***Крижановский Александр Викторович***

*аспирант*

*Московский Авиационный Институт, Москва, Россия*

*e-mai: a.krizhanovsky@yahoo.com*

В [1] мы описывали прототип гибридной адаптивной системы предотвращения атак *KIS (Kernel Immune System)*, использующий в качестве отправной точки концепции человеческой иммунной системы. *KIS* исследует отклонения поведения прикладных процессов и получаемый ими сетевой трафик, и в зависимости от результата исследования, принимает решение о блокировании трафика и/или инициировании процесса автоматической генерации сигнатуры ранее неизвестной атаки. Будут описаны две следующие особенности обработки сетевого трафика системой *KIS*:

- много-шаблонный поиск (multi-pattern search) сигнатур, описываемых регулярными выражениями;
- генерация новых регулярных выражений (сигнатур атак) из трафика, для которого было зафиксировано “опасное” отклонение в поведении исследуемого процесса.

*KIS* работает на уровне ядра Linux и для исследования сетевого трафика использует компоненты Netfilter, который уже содержит в себе расширение строкового поиска. Однако, в следствие требований к высокой производительности это расширение обладает тремя недостатками: поиск проводится только в пределах одного IP пакета (т.е. сигнатура не будет найдена если попадает на границу двух пакетов), отсутствие механизма поиска регулярных выражений (Netfilter может искать только простые строки) и поиск одной сигнатуры за раз (т.е. поиск работает за время  $O(M*N)$ , где  $M$  – число сигнатур).

Алгоритм Watson-Watson ([2], расширение алгоритма Commentz-Walter для регулярных выражений), который используется *KIS*, позволяет искать множественные шаблоны регулярных выражений за время в среднем меньшее  $O(N)$ . Для непрерывного поиска по TCP потоку мы сохраняем состояния конечного автомата для каждого IP пакета, для которого еще не получен следующий в потоке пакет. Как только приходит недостающий пакет, поиск по нему начинается с сохраненного состояния для предыдущего пакета. Таким образом, сохраняя производительность мы расширяем возможности Netfilter.

Мы вводим расширения языка регулярных выражений, описываемого POSIX 1003.2, для описания протоколов прикладного уровня. Таким образом, становится возможным разложить сообщение прикладного протокола (запрос или отклик) на более короткие и четко описанные части, что позволяет более эффективно искать различия нормальных запросов/откликов от тех, для которых было зафиксировано отклонение поведения процесса-получателя (или отправителя) от нормы. Из описания сообщения протокола прикладного уровня и найденных отличий от нормального трафика путем небольших

преобразования можно получить сигнатуру новой атаки. Пример описания запроса для протокола SMTP может выглядеть следующим образом:

$$([a-zA-Z]{3}[:space:])+ [a-zA-Z]*[:space:]]+. *|r?\n|.|r?\n)$$

### Литература

1. Krizhanovsky A., Marasanov A. “An Approach for Adaptive Intrusion Prevention Based on The Danger Theory”. In Proceedings of ARES-2007, IEEE Computer Society, pp. 1135-1142, Vienna, April 2007.
2. Watson B.W. “A Boyer-Moore (or Watson-Watson) type algorithm for regular tree pattern matching”. Proceedings of the Second Prague Stringologic Club Workshop, Prague, July 1997.

### Ускорение процесса обучения нейросети за счет использования графического акселератора.

*Севрюков Богдан Геннадьевич<sup>1</sup>*

*студент*

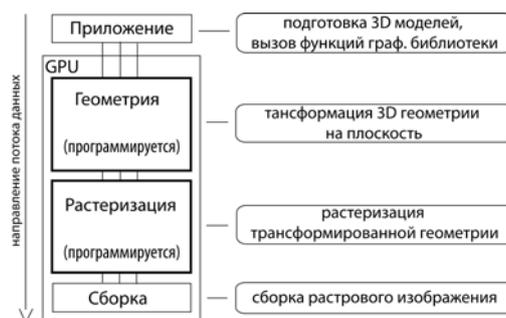
*Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова,  
факультет Вычислительной Математики и Кибернетики, Москва, Россия*

*E-mail: bsevryukov@gmail.com*

Идея использовать процессоры видеокарт (далее - GPU) не только для вывода графики, но и для вычислений общего назначения, возникла давно, с выходом на рынок самых первых программируемых видеоакселераторов. С увеличением гибкости этих чипов в плане программирования и ростом вычислительной мощности идеи получили свое воплощение в реальных проектах<sup>2</sup>.

В силу своей специфики GPU предназначены для ускорения обработки потоков данных (см. схему). В таком случае программы (“шейдеры”) – ядра потоковой обработки. Итак, изначально GPU обладают параллелизмом по данным. Дополнительно параллелизм усиливается за счет использования набора векторных команд<sup>3</sup>. В отличие от современных CPU массового использования, GPU предлагают свыше 24-х (128 – на более дорогих моделях) арифметико-логических устройств (ALU) и сотни аппаратных нитей. Причем, благодаря огромному рынку видеоигр (миллиарды долларов ежегодно) стоимость вычислений на видеокартах значительно ниже, чем на CPU.

В связи с широкой областью применения нейронных сетей и высокой интенсивностью вычислений при их настройке (обучении) было проведено исследование возможности ускорения этого процесса. Рассматривалась трехслойная сеть (один скрытый слой) с сигмоидной активационной функцией. Настройка происходила в соответствии с алгоритмом обратного распространения ошибки, который по сути является методом градиентного спуска в пространстве весов.



<sup>1</sup> Автор выражает признательность к.ф.-м.н. Лукьянице А.А. за помощь в подготовке тезисов.

<sup>2</sup> Диаграммы Воронова [1999, Hoff], трассировка лучей [2002, Purcell/ Carr], клеточные автоматы [2002, Harris], алгоритмы линейной алгебры [2003, Krueger / Boltz / Goodnight], операции с базами данных [2004, Govindaraju], быстрая сортировка [2005, Govindaraju], произвольные структуры данных [2005, Lefohn] и другие.

<sup>3</sup> Таких как: “dot”(скалярное произведение), “mad”, не говоря уже об обычных арифметических операциях.

Автором схема вычислений адаптирована под пакетную обработку векторов обучающей выборки с целью наиболее полного использования топологии рассматриваемой параллельной системы (2-мерная решетка). Учтена сравнительно высокая латентность видеопамати. Использовались указанные выше особенности параллелизма видеокарты. Результаты тестирования показали ускорение в сотни раз на приемлемых размерах данных, что говорит о перспективности дальнейших исследований в этой области.

### Литература

1. GPU Gems 2: Programming Techniques for High-Performance Graphics and General-Purpose Computation / edited by Matt Pharr; Randima Fernando, series editor: Addison-Wesley, 2005
2. Joachim Diepstraten, Mike EiBele (2003) In Depth Performance Analyses of DirectX9 Shading Hardware Concerning Pixel Shader and Texture Performance // ShaderX<sup>3</sup>: Charles River Media, 2003
3. www.gpru.org (вычисления общего назначения на графических картах).

### Оценка характеристик производительности распределенных вычислительных систем

*Хританков Антон Сергеевич*

*аспирант*

*Московский Физико-Технический Институт, Факультет Инноваций и Высоких Технологий, Москва, Россия*

*E-mail: anton.khritankov@gmail.com*

Традиционная модель производительности параллельной системы, изложенная, например, в книге (Grams, 2003), была обобщена на распределенные системы. Определение вычислительной системы, приведенное в книге (Воеводин, Воеводин 2002), в данной работе было обобщено. Под распределенной вычислительной системой понимается совокупность  $n$  функциональных устройств, объединенных вычислительной сетью и работающих во времени, при этом набор устройств, выделенных для решения некоторой задачи  $A$ , может изменяться во время решения. Обозначим время решения задачи  $A$  через  $T$ . Выделение  $i$ -го устройства для решения задачи  $A$  задается расписанием устройства с помощью функции  $h_i(t)$ , равной 1, если устройство выделено для решения задачи, и 0 в противном случае. Неоднородность устройств учитывается сопоставлением каждому устройству эталонного времени  $\bar{T}_i$  решения задачи  $A$  с помощью фиксированного эталонного алгоритма. Параллельную систему можно рассматривать как частный случай распределенной системы, в которой все устройства одинаковы и выделены для решения задачи  $A$  на все время решения. Модель может применяться для оценки производительности распределенных и GRID систем (описанных, например, в Емельянов, 2003).

Для построенной модели были определены понятия доступности устройства  $\rho_i$ , эффективности  $E$ , относительного ускорения (speedup) устройства  $S_i$ , и эталонного времени решения  $\bar{T}$  в результате было получено соотношение, связывающее эффективность и относительные ускорения:

$$\rho_i \stackrel{\text{def}}{=} \frac{1}{T} \int_0^T h_i(t) dt, \quad S_i \stackrel{\text{def}}{=} \frac{\bar{T}_i}{T}, \quad E \stackrel{\text{def}}{=} \frac{\bar{T}}{T}, \quad E = \left( \sum_{i=1}^n \frac{\bar{\rho}_i}{S_i} \right)^{-1}$$

Также был обобщен закон Амдала на случай неоднородных систем. Если обозначить долю времени, которую система провела в последовательных вычислениях, через  $\beta$ , то закон Амдала для неоднородной параллельной системы имеет вид:

$$E \leq \frac{\bar{T}}{\beta \bar{T}_{\min} + (1 - \beta) \bar{T}}, \quad S_i \leq \frac{\bar{T}_i}{\beta \bar{T}_{\min} + (1 - \beta) \bar{T}}, \quad \text{где } T_{\min} = \min_{i=1..n} T_i$$

### Литература

1. Ananth Grama, Anshul Gupta, George Karypis, Vipin Kumar (2003) Introduction to Parallel Computing, Second Edition - USA: Addison Wesley, 2003
2. Информационно-аналитический центр по параллельным вычислениям Проблемы вычислений в распределенной среде / под. ред. Емельянова С.В., Афанасьева А.П. ИСА РАН, 2003.
3. Воеводин В.В., Воеводин Вл. В. (2002) Параллельные вычисления – С.П.: БХВ-Петербург, 2002

### Алгоритм формирования рекомендаций по обеспечению совместимости требований к обмену по общей шине во встроенных системах реального времени

*Шестов Петр Евгеньевич*

*студент*

*Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова, Москва, Россия*

*E-mail: shestovp@mail.ru*

В составе распределенных встроенных систем реального времени (ВСПВ) для взаимодействия между подсистемами широко используются каналы с централизованным управлением, например мультиплексный канал информационного обмена. Расписание информационного обмена для таких каналов строится, как правило, статически, что является NP-трудной задачей, причем в реальных ВСПВ число работ для включения в расписание достигает нескольких сотен. При формировании расписания необходимо учитывать целый ряд требований к информационному обмену, в том числе специфические для архитектуры конкретной ВСПВ технологические ограничения на обмен по каналу. Вычислительная сложность задачи построения расписания приводит к невозможности применения точных алгоритмов, поэтому на практике используются эвристические алгоритмы планирования информационного обмена.

Если используемый алгоритм планирования информационного обмена не может сформировать расписание с учетом всех требований к информационному обмену, будем говорить, что набор требований является *несовместимым*. Разработчику ВСПВ необходимо внести коррективы в такой набор. Актуальна задача автоматического формирования рекомендаций по изменению несовместимого набора требований с целью обеспечения его совместимости.

Ранее в работе [1] были предложены алгоритмы решения задачи в частном случае, когда требования из исходного набора допустимо только ослаблять. Ослаблением требования будем называть такое его изменение, при котором любое расписание, удовлетворяющее исходному требованию, удовлетворяет и ослабленному требованию. На практике, для конкретного эвристического алгоритма построения расписания (например, предложенного в [2]) не только ослабление, но и усиление требований может преобразовать несовместимый набор требований в совместимый.

В данной работе предложен алгоритм, поддерживающие как ослабление, так и усиление требований из исходного несовместимого набора с целью получения совместимого набора требований. Алгоритм основан на сочетании покоординатного спуска с движением по направлению наискорейшего убывания целевой функции. Положенные в основу алгоритма подходы адаптированы с учётом экспериментально

выявленных особенностей структуры множества совместимых наборов требований. В качестве минимизируемого критерия алгоритм использует функцию, отражающую стоимость изменения требований относительно исходного набора. Алгоритм выполняет поиск на множестве совместимых наборов требований. Разработанный алгоритм предназначен для использования в составе подсистемы формирования рекомендаций в составе инструментальной системы планирования информационного обмена в ВСПВ [3].

#### Литература

- [1] Балашов В.В. Алгоритмы формирования рекомендаций при планировании информационного обмена по каналу с централизованным управлением. // Известия РАН. Теория и системы управления, 2007, N.6, с. 76-84.
- [2] Костенко В.А., Гурьянов Е.С. Алгоритм построения расписаний обменов по шине с централизованным управлением и исследование его эффективности. // Программирование, 2005, No. 6, стр. 340-346.
- [3] Balashov V.V., Kostenko V.A., Smeliansky R.L. et al. A Tool System for Automatic Scheduling of Data Exchange in Real-Time Distributed Embedded Systems // Proc. Seventh IEEE International Symposium on Computer Networks (ISCN'06). Istanbul, Turkey, 2006.

#### Подподсекция «Компьютерная графика»

##### Трехмерная реконструкция городских зданий по одному изображению на основе метода автоматической ректификации

*Богданов Алексей Александрович, Якубенко Антон Анатольевич*

*студент, аспирант*

*Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова, Москва, Россия*

*E-mail: alxbog@gmail.com, toh@graphics.cs.msu.ru*

В последнее время с развитием методов компьютерного зрения стала актуальной задача реконструкции трехмерных сцен по изображениям. Примером такой задачи является построение трехмерной модели городской сцены по одному или нескольким фотографиям местности. Трехмерные карты городов могут быть полезны для целого ряда приложений в области геоинформационных систем, в частности, для навигационных целей. Трехмерная реконструкция городской сцены подразумевает восстановление геометрии сцены и ее текстурных элементов.

В рамках данного исследования был проведен обзор существующих методов трехмерной реконструкции по изображениям и предложен полуавтоматический метод восстановления трехмерной модели городской сцены по одному изображению. При взаимодействии с системой пользователю требуется задать границы здания прямоугольником, точки, лежащие на линиях смены плоскостей здания, и точку, лежащую на границе здания с землей. Алгоритм реконструирует каждую вертикальную стену здания путем ректификации заданной части изображения. Под ректификацией понимается метод получения прямоугольной текстуры стены здания из исходного изображения и вычисление её пропорций. Алгоритм ректификации состоит из поиска отрезков линий, которые могут быть образованы структурными элементами здания, такими как: границы окон, линии этажей, линия крыши, – и расчета преобразования гомографии путем оптимизации ее параметров. Для первого приближения этих параметров находятся точки схода. Точки схода – точки на изображении, в которых сходятся параллельные линии при проективном отображении. На завершающем этапе алгоритма происходит уточнение точек схода. Затем, в полученной прямоугольной текстуре автоматически отсекается небо, что положительно влияет на общее визуальное качество модели.

Разработанный метод позволяет с помощью простого взаимодействия с пользователем быстро получить фотореалистичную модель фасада здания по одному изображению. Данный алгоритм имеет следующие достоинства по сравнению с существующими методами реконструкции по одному изображению: точность выдаваемых результатов, устойчивость благодаря дополнительному шагу уточнения точек схода. Тестирование системы проводилось на реальных данных.

Дальнейшая работа будет посвящена еще большей автоматизации и расширению алгоритма на случаи зданий более сложной формы.

### Литература

- [1]. Rother C. A new Approach to Vanishing Point Detection in Architectural Environments. Computational Vision and Active Perception Laboratory (CVAP), Royal Institute of Technology (KTH). Stockholm, 2000.
- [2]. Kosecka J., Zhang W. Video Compass // In European Conference on Computer Vision (ECCV'02). 2002. P. 476-490.
- [3]. Liebowitz D. Camera Calibration and Reconstruction of Geometry // PhD thesis, University of Oxford. 2001.

### Алгоритм сжатия изображений на основе преобразований Уолша с экстраполяцией трансформант и оценка его вычислительной сложности

*Васильева Марина Юрьевна, Закиев Айдар Азатович*

*Ассистент, студент.*

*Казанский государственный технологический университет им.С.М. Кирова, Казань, Россия*

*E-mail: marinav@inbox.ru*

На сегодняшний день в современных информационных системах наметилась устойчивая тенденция к переходу на цифровое оборудование. Необходимость обмена данными между различными программными и аппаратными системами цифровой обработки изображений быстро обострила вопрос унифицирования алгоритмов сжатия данных. Из множества предложенных и исследованных алгоритмов сжатия изображений весьма популярными остаются JPEG и JPEG-подобные алгоритмы сжатия, основанные на дискретных ортогональных преобразованиях (ДОП) [1]. Однако практическое применение алгоритмов, использующих различные ДОП, которые потенциально могут обеспечить существенно более высокое сжатие изображений, пока во многих случаях сдерживается значительной вычислительной сложностью их реализации, которая объясняется отсутствием быстрых преобразований.

Данная проблема, частично, может быть решена при использовании ДОП в различных упорядочениях систем дискретных функций Уолша, которые, уступая используемому в алгоритме JPEG дискретно косинусному преобразованию в способности локализации энергии изображения в спектре, требуют для своей реализации значительно меньших вычислительных затрат. В работе предложен алгоритм сжатия на основе дискретных преобразований Уолша (ДПУ) с экстраполяцией трансформант. Отличие предложенного алгоритма от традиционного алгоритма сжатия изображений, основанного на ДПУ, заключается в двухэтапном подходе к сжатию изображений. На первом этапе вычисляется двумерный спектр Уолша. На втором этапе формируется сигнал ошибки предсказания части спектра, при этом предсказание отдельных подгрупп его элементов осуществляется экстраполяцией по соответствующим их первым трансформантам.

В работе проведен анализ эффективности предложенного алгоритма по коэффициенту сжатия изображений и оценка его вычислительной сложности в сравнении с известным алгоритмом, основанном на отбрасывании незначущих трансформант [2].

Полученные результаты показали, что при применении предложенного алгоритма сжатия в отдельных классах изображений достигаются более высокие коэффициенты сжатия. Алгоритм обладает достаточно хорошими скоростными свойствами, так как все операции второго этапа можно реализовать в целочисленной арифметике с использованием операций двоичного сдвига и вычитания. Отметим также относительную простоту аппаратной реализации предложенного алгоритма сжатия изображений в виде специализированного процессора.

### Литература

1. Ватолин Д., Ратушняк А., Смирнов М., Юкин В. Методы сжатия данных. Устройство архиваторов, сжатие изображений и видео. – М.: ДИАЛОГ-МИФИ, 2002.
2. Карагодин М.А., Осокин А.Н. Алгоритм сжатия изображений на основе функций Уолша// Материалы международной конф. "Информационные системы и технологии ИСТ'2003". – Т. 2. - Новосибирск, 2003. - С. 126-130.

### Трехмерная реконструкция плоских граней прозрачных объектов по набору изображений с микроскопа

*Гаганов Виктор Александрович, Игнатенко Алексей Викторович*

*аспирант, сотрудник, к.ф.-м.н.*

*Институт прикладной математики им. М.В.Келдыша РАН,*

*Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова, Москва, Россия*

*e-mail: vgaganov@graphics.cs.msu.ru, ignatenko@graphics.cs.msu.ru*

Задача автоматической трехмерной реконструкции объектов по изображениям чрезвычайно актуальна в настоящее время и находит применение в различных приложениях, таких как исследования материалов, контроль качества продукции на производстве и т.д. В рамках данного исследования рассматривается актуальная для промышленности задача реконструкции плоских граней прозрачных объектов. Высокоточное построение плоских граней прозрачных материалов традиционными методами, такими как лазерное сканирование, стереовидение или реконструкция по силуэтам [1], затруднительно, т.к. грани практически полностью прозрачны и содержат крайне мало видимых деталей – в основном это дефекты полировки и пыль, осевшая на грани (Рис. 1).



Рис. 1 Пример изображения с микроскопа, на котором плоская грань прозрачного объекта частично находится в резкости

В данной работе рассматривается возможность реконструкции плоских граней прозрачных объектов по набору изображений с малой глубиной резкости, полученных с помощью оптического микроскопа. Особенностью таких изображений является то, что на них четко виден только небольшой слой наблюдаемой сцены, находящийся в пределах глубины резкости, что позволяет для резких деталей изображения найти их

примерное положение в пространстве. Предлагается метод реконструкции плоских граней, который разбивает каждое изображение из набора на множество небольших областей. Для каждой из областей с помощью методов автоматической фокусировки [2] определяется положение участка грани, соответствующего данной области. Также для каждой области определяется оценка надежности фокусировки с помощью машинного обучения [3]. Далее, по полученному набору замеров оценивается положение плоскости грани. Эксперименты с предлагаемым методом на реальных данных подтверждают высокую точность реконструкции граней и превосходство данного метода над существующими подходами.

#### Литература:

- [1] A. Laurentini, “The Visual Hull Concept for Silhouette-Based Image Understanding”. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 1994, p. 150-162.
- [2] Y. Xiong, S. Shafer, “Depth from focusing and defocusing”, Computer Vision and Pattern Recognition, 1993, p. 68-73
- [3] J. Friedman, T. Hastie, R. Tibshirani, “Additive Logistic Regression: a Statistical View of Boosting”, 1998

#### Реализация алгоритма сжатия данных на графическом процессоре

*Гладких Николай Александрович<sup>1</sup>*

*студент*

*Курский государственный университет, Курск, Россия*

*e-mail: gladkih@kursknet.ru*

**Введение.** Современные графические процессоры обладают значительно большей производительностью при вычислениях с плавающей запятой, чем центральные процессоры. В наши дни графический процессор нашел применение в самых различных областях высокопроизводительных вычислений, включая компрессию, высококачественный рендеринг, трассировку лучей, машинное зрение, биоинформатику, решение систем линейных уравнений, моделирование физических эффектов и др. (Pharr M., Randima F., 2005). В то же время, перенос части (или всей) вычислительной нагрузки с центрального процессора на графический может обеспечить значительные преимущества не только при решении научных или узкоспециализированных задач, но и повседневных пользовательских. В качестве одной из таких задач, обеспечивающих значительную вычислительную нагрузку, автором выбрано сжатие данных.

**Методы.** Решение поставленной задачи основано на разработке специфических программ-шейдеров. Для эффективного использования особенностей архитектуры графического процессора необходимо обеспечить значительный параллелизм вычислений (Боресков А.В., 2006). В процессе выполнения проекта мы ориентируемся на продукты компании NVIDIA: новые семейства графических процессоров – g80 и g92; среду разработки CUDA SDK ([www.nvidia.com](http://www.nvidia.com)). Используя фундаментальный алгоритм сжатия данных и возможность его распараллеливания, можно разработать новый алгоритм, более производительный и требующий меньшего количества ресурсов для исполнения. В качестве базового алгоритма был выбран алгоритм сжатия данных LZW (Lempel/Ziv/Welch). Последовательный характер этого алгоритма и структур данных, использованных в нем, позволяет разбить входной поток данных на несколько независимо друг от друга обрабатываемых потоков.

---

<sup>1</sup> Автор выражает признательность научному руководителю, к.т.н., доц. Сухотерину Е.А. за помощь в работе над проектом.

**Результаты.** Предлагаемый подход имеет ряд преимуществ: 1) почти полная разгрузка центрального процессора; 2) графический процессор является устройством изначально ориентированным на сложные арифметические операции; 3) конвейерная обработка данных, организованная в графическом процессоре, позволяет производить параллельную обработку больших массивов данных. Слабым местом такого подхода является интерфейс между центральным и графическим процессорами, так как значительное время тратится на пересылку данных между этими устройствами. Однако, этот недостаток носит условный характер, так как: 1) ведется разработка и внедрение оборудования, имеющего большую пропускную способность интерфейса графического процессора; 2) оптимизация шейдеров программистами может практически свести на нет падение производительности при пересылке данных. В отношении реализации алгоритма LZW на графическом процессоре следует отметить, что незначительное увеличение результирующего файла по сравнению с классическим алгоритмом LZW компенсируется гораздо большей скоростью вычислений и практически полным освобождением центрального процессора от вычислительной нагрузки. Преимущества данного подхода определяют перспективность разработки алгоритмов сжатия для графических процессоров.

### Литература

1. Pharr M., Randima F. GPU Gems 2: Programming Techniques for High-Performance Graphics and General-Purpose Computation. – Addison-Wesley, 2005. – 814 pp.
2. Боресков А.В. Разработка и отладка шейдеров. – СПб.: БХВ-Петербург, 2006. – 496 с.
3. [www.nvidia.com](http://www.nvidia.com)

### Операции над функциями заданными на разных нерегулярных двумерных сетках

*Дышкант Наталья Федоровна<sup>1</sup>*

*студент*

*Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова, Москва, Россия*

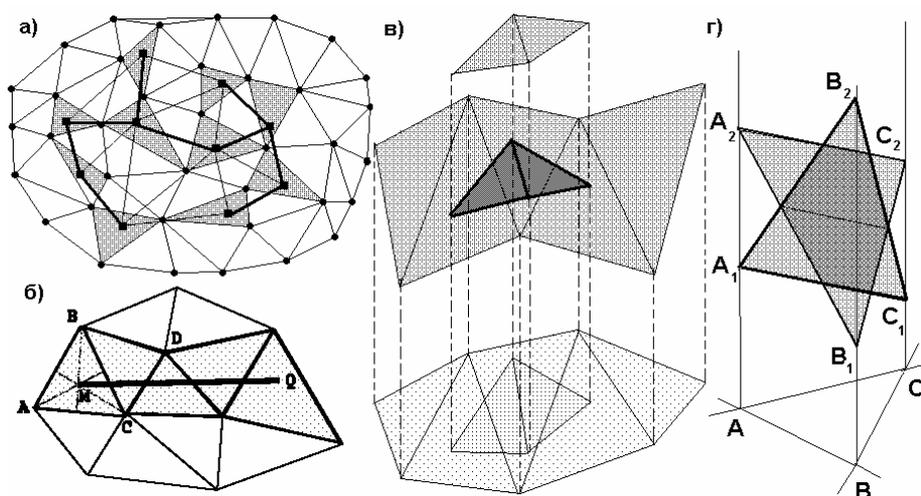
*E-mail: nfd3001@gmail.com*

Задача произведения операций над функциями двух переменных, заданных на разных нерегулярных сетках, возникает во многих приложениях. В работе предлагается метод, позволяющий производить различные операции над такими функциями – сложение, вычитание, вычисление модуля и объема разности. Последняя операция представляет особый интерес для таких задач, как расчет меры разности между гистограммами распределения двумерных случайных величин или сравнение трехмерных портретов.

Предложенный подход использует триангуляции Делоне каждой из сеток, а также общую триангуляцию Делоне, построенную на обеих сетках ([1]). Основная идея алгоритма заключается в восполнении значений каждой из функций в точках другой сетки, в которых она не задана. Для этого происходит этап интерполяции функций на основе локализации триангуляций друг в друге. Далее производится операция над функциями на отдельных гранях (или узлах) общей триангуляции (Рис.1). Локализация триангуляций друг в друге осуществляется на основе их минимальных остовных деревьев, которые можно построить из триангуляции за *линейное* время, используя алгоритм Черитона и Тарьяна ([2]).

---

<sup>1</sup> Работа поддержана грантом РФФИ (проект 08-07-00305-а)



**Рис. 1.** Этапы алгоритма: а), б) - триангуляция и локализация с помощью минимального остовного дерева, в) – интерполяция, г) – вычисление объема разности на ячейках общей триангуляции

В качестве приложений алгоритма были рассмотрены две задачи анализа поверхностей человеческих лиц, получаемых с помощью систем машинного зрения в виде облаков точек: оценка асимметрии и сравнение трехмерных портретов.

В ходе работ была разработана полная программная реализация описанного метода. Важными преимуществами предложенного подхода являются возможность его распараллеливания и высокая вычислительная эффективность, которая подтвердилась в вычислительных экспериментах.

### Литература

1. Местецкий Л.М., Царик Е.В. Триангуляция Делоне: рекурсия без пространственного разделения точек. / Труды 14 международной конференции ГРАФИКОН, Москва, 2004.
2. Препарата Ф., Шеймос М. Вычислительная геометрия. / Москва, Мир, 1989. – 314 с.

### Геометрическая коррекция строк текста на изображении

*Зейналов Рамиз Шакирович*  
студент

Московский государственный университет им. М. В. Ломоносова, Москва, Россия  
e-mail: ramiz\_zeynalov@mail.ru

В настоящее время имеется большое количество информации на бумажных носителях, в то время как вся эта информация может быть использована более эффективно, если она будет представлена в электронном текстовом виде. Т. е., уже давно актуальна задача переноса графической информации на электронные носители – задача оптического распознавания символов. При решении этой задачи приходится сталкиваться с множеством других проблем, решение которых выделяется в отдельные подзадачи. Одна из таких задач – геометрическая коррекция строк текста на изображении.

Постановка задачи:

На входе системы фотография неплоской поверхности книги (страницы или разворота).

Требуется подготовить фотографию к распознаванию, то есть, формально, увеличить процент правильно распознанных символов.

Система оптического распознавания символов может столкнуться со следующими проблемами:

1. Неравномерное освещение (в частности, блики)
2. Шум
3. Непрямые строки текста (т. к. поверхность с текстом неплоская)

Первые две проблемы из списка встречаются во многих задачах обработки изображений. Наибольшая сложность заключается именно в выпрямлении строк текста. Основная идея предложенного метода – вычислить поверхность разворота (страницы) книги, после чего выполнить с учётом формы этой поверхности выпрямление строк текста.

Созданный алгоритм был реализован и тестировался в сравнении с соответствующей функцией программной системы Fine Reader версии 9 (FR9). Результаты тестирования показали заметное превосходство предложенного метода в сравнении с FR9. К достоинствам метода также можно отнести высокую производительность (на изображениях 1333x1000 – около 5 секунд).

### Литература

1. Владимир Вежнев. “Задача восстановления 3D формы по закраске”
2. Zheng Zhang, Chew Lim Tan. “Correcting Document Image Warping Based on Regression of Curved Text Lines” (2003)
3. Adrian Ulges, Christoph H. Lampert, Thomas M. Breuel. “Document Image Dewarping using Robust Estimation of Curled Text Lines” (2005)
4. Adrian Ulges, Christoph H. Lampert, Thomas M. Breuel. “Unwarping Images of Curved Documents Using Global Shape Optimization” (2005)
5. Zhixi Bian, Yan Zhang, “Retinex Image Enhancement Techniques”

### Трёхмерная реконструкция объектов по изображениям с помощью оптимизации криволинейных поверхностей

*Комарова Наталья Евгеньевна, Якубенко Антон Анатольевич*

*студент, аспирант*

*Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова, Москва, Россия*

*E-mail: natasha\_cmc@mail.ru, toh@graphics.cs.msu.su*

В наши дни трёхмерные модели объектов реального мира получают все большее применение. Существует набор методов получения таких моделей, различных по своей точности, трудоёмкости, стоимости, автоматизации. Пассивные методы трёхмерной реконструкции замеряют объект, не меняя окружения. Они используют информацию с изображения объекта – светлые и затененные области, отражения, симметрию и особые точки, такие как углы и контуры. По сравнению с активными методами, такими как, например, лазерное сканирование, пассивные дешевле, требуют меньше ресурсов и более широко применимы.

В рамках данного исследования был проведен сравнительный анализ пассивных методов реконструкции и рассмотрены основные достоинства и недостатки каждого из них. Был предложен новый метод для трёхмерной реконструкции объектов, состоящих из гладких криволинейных поверхностей, по нескольким калиброванным изображениям (задача калибровки изображений состоит в получении информации о взаимном расположении камер относительно заданной системы координат). В алгоритме используется взаимодействие с пользователем, которое включает в себя выделение контуров, особенных точек и задание плоских областей реконструируемого объекта на изображениях. Реконструкция основана на оптимизации параметрической поверхности, являющейся сеткой трёхмерных точек.

После тестирования на реальных данных и сравнительного анализа с существующими подходами, были выявлены следующие преимущества разработанного метода:

- метод позволяет реконструировать широкий класс объектов
- достигается большая точность модели, чем в полностью автоматических методах
- метод требует меньше время для моделирования по сравнению с полностью ручными алгоритмами

В будущем планируется проведение анализа различных методов оптимизации криволинейных поверхностей и использование наиболее подходящего из них в алгоритме.

### Литература

- [1]. Steven M. Seitz, Brian Curless, James Diebel, Daniel Scharstein, Richard Szeliski  
A Comparison and Evaluation of Multi-View Stereo Reconstruction Algorithms // 2006
- [2]. Prasad Mukta, Zisserman Andrew, Fitzgibbon Andrew  
Single View Reconstruction of Curved Surfaces // EUROGRAPHICS 2005
- [3]. Zhang Li, Dugas-Phocion Guillaume, Samson Jean-Sebastien, Seitz Steven M  
Single View Modeling of Free-Form Scenes // 2002

### Реконструкция текстуры фасадов зданий под проводами

**Кононов Владимир Андреевич, Конушин Вадим Сергеевич**

*Студент, аспирант*

*Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова, Москва, Россия*

*e-mail: kovlan@rambler.ru, vadim@graphics.cs.msu.ru*

В настоящее время активно развивается такое направление, как трехмерное моделирование городов. Для реалистичности трехмерных моделей зданий очень важным является использование текстур, взятых из фотографий. Основной проблемой при этом является очищение текстуры от всевозможных посторонних объектов. Одним из наиболее распространенных случаев являются загромождающие здания провода.

Задача восстановления текстуры здания под проводами состоит из двух частей: выделения (сегментации) проводов и непосредственной реконструкции текстуры. Современные, общие алгоритмы автоматической сегментации не позволяют получить точную маску проводов. Большинство же интерактивных алгоритмов [1] для данной задачи очень неудобны для пользователя, т.к. требуют точного указания нескольких пикселей внутри тонкого провода. Основной же проблемой общих алгоритмов реконструкции текстуры [2] является медленная скорость работы, неприемлемая для интерактивного приложения. Но, учитывая специфику данной задачи, можно эффективно решить обе части.

Предлагаемый алгоритм является составной частью разрабатываемой системы по интерактивному трехмерному моделированию зданий. От других модулей системы, алгоритм реконструкции текстуры получает на вход ректифицированную текстуру здания, а также маски фасадных элементов здания (таких, как балконов, окон).

Для сегментации проводов пользователь грубо выделяет область проводов (например, с помощью кисти большого диаметра). Далее положение провода внутри указанной маски уточняется. Данная задача формулируется как задача минимизации энергии. В эту энергию входят члены, отвечающие за градиент изображения и цветовую

статистику (провода по большей части темнее окружения). Энергия минимизируется с помощью алгоритмов, основанных на разрезах графов [3].

Для непосредственного восстановления текстуры мы используем упрощенный вариант алгоритмов заполнения пикселей заданной области фрагментами из оставшейся части изображения. Область проводов заполняется итеративно, каждый раз копируется наиболее подходящий к окрестности обрабатываемого пикселя кусок изображения. Учитывая особенности текстур фасадов зданий, поиск только по текущей горизонтали и вертикали с небольшим радиусом дает приемлемые результаты. Использование масок окон дополнительно улучшает время и качество работы.

По результатам экспериментов было показано, что предложенная схема позволяет качественно решать поставленную задачу в большинстве случаев. Дальнейшая работа может быть посвящена большей автоматизации выделения проводов.

### Литература

1. Boykov Y. and Jolly M.-P., "Interactive graph cuts for optimal boundary and region segmentation of objects in n-d images. ", In Proc. of the International Conference on Computer Vision, vol. 1, 105-112, 2001.
2. Criminisi A., Perez P., Toyama K., "Region filling and object removal by exemplar-based image inpainting", IEEE Transactions on Image Processing, Volume: 13, Issue: 9 2004
3. Boykov Y., Veksler O., Zabih R., "Fast approximate energy minimization via graph cuts", IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 23(11):1222-1239, 2001

### Параллельный алгоритм построения непрерывной границы контуров бинарного изображения

*Кудинов Павел Юрьевич<sup>1</sup>*

*студент*

*Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова, Москва, Россия*

*E-mail: pkudinov@gmail.com*

### Введение

Задача преобразования формы объекта из дискретного (растрового) представления в непрерывное представление является фундаментальной для многих приложений, поэтому к ней предъявляются высокие требования по скорости. Многоядерные процессоры являются единственным возможным способом увеличения скорости работы известных эффективных алгоритмов [2].

### Метод

Разработанный метод позволяет использовать произвольные алгоритмы, прослеживающие граничные пары точек контуров на изображении. Алгоритм должен выявить все пары соседних разноцветных точек, относящихся к одному контуру, и упорядочить эти пары вдоль контура (рис. 1).

---

<sup>1</sup> Работа поддержана грантом РФФИ (проект 08-07-00305-а)

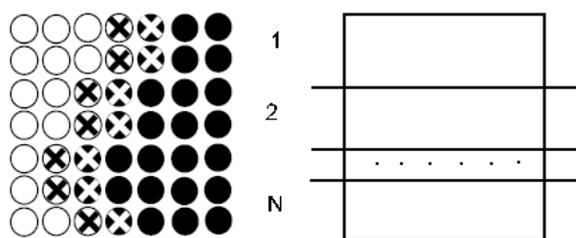


Рисунок 1. Пары соседних точек границы (слева), деление изображения на части (справа)

Изображение разделяется на  $N$  частей, каждая из которых прослеживается независимо от других. После этого проводится анализ линий разреза. В каждой линии регистрируются пары разноцветных точек – места склейки.

В процессе прослеживания устанавливается соответствие между местами склейки и контурами, которым они принадлежат. Каждому месту склейки соответствует два контура – в верхней и нижней частях, а каждому контуру – последовательность мест склейки, упорядоченных по направлению прослеживания.

Объединение результатов состоит в последовательном просмотре массива мест склейки, в котором места склейки упорядочены слева направо. На каждой итерации из установленного на этапе прослеживания соответствия выбираются два контура из верхней и нижней частей и соединяются в месте склейки (происходит перенаправление ссылок в списках прослеживания). Операция восстановления контуров линейна по количеству мест склейки.

Процедура построения многоугольника минимального периметра, лежащего целиком в коридоре, образованном разноцветными точками вдоль контура, запускается параллельно для каждого контура.

### Результаты

Предложенный метод прослеживания и склейки контуров позволяет рассчитывать на  $N$ -кратное увеличение производительности при использовании  $N$  процессоров. Метод был реализован в полном объеме с использованием OpenMP [1], и результаты были подтверждены экспериментально.

### Литература

1. Воеводин В.В., Воеводин Вл.В. Параллельные вычисления. - СПб.: БХВ-Петербург, 2002. - 608 с.
2. Местецкий Л.М. Непрерывный скелет бинарного растрового изображения. Труды межд. конф. «Графикон-98». Москва, 1998

### Реконструкция отражательных свойств материалов по фотоизображениям методом построения сеточной двулучевой функции отражательной способности

*Лебедев Андрей Сергеевич, Ильин Андрей Алексеевич*

*студент, аспирант*

*Московский Государственный Университет имени М.В. Ломоносова,  
факультет Вычислительной Математики и Кибернетики, Москва, Россия*

*e-mail: alebedev@graphics.cs.msu.ru, ailyin@graphics.cs.msu.ru*

Большинство методов восстановления отражательных свойств материалов объектов используют модели освещения, которые не являются физически корректными (примером может служить модель Фонга, для которой не выполняется закон сохранения энергии). Связано это с тем, что реализация физически корректных моделей ограничена вычислительными возможностями компьютеров и приходится идти на некий компромисс между скоростью и точностью экранизации. Двулучевая функция

отражательной способности (ДФОС) позволяет реконструировать более широкий класс материалов и является физически корректным представлением [1].

В рамках разрабатываемой в лаборатории компьютерной графики и мультимедиа факультета ВМиК системы реконструкции отражательных свойств материалов [2], нами была решена задача генерации сеточных ДФОС материалов, по набору фотоизображений. Так же был разработан алгоритм интерактивной экранизации таких материалов.

Построение сеточной ДФОС производится при условии, что известны: геометрическая форма объекта, положения источников света, камеры, набор снимков этого объекта, полученных бытовым фотоаппаратом. На первом этапе производится разметка материалов, из которых состоит поверхность объекта [2]. Отметим, что мы не ограничиваемся узкими классами материалов, в нашем подходе никаких ограничений на свойства материалов не накладываются. На втором этапе работы происходит преобразование полученных данных к равномерной сеточной функции и интерполяция этой функции. На третьем этапе материалы интерактивно экранизируются с использованием ранее построенной сеточной ДФОС.

С целью более быстрой экранизации материалов разработано внутреннее представление, позволяющее эффективно передавать сеточные ДФОС в графический процессор. Так же в графический процессор передается текстура разметки материалов (схема 1). Это позволяет экранизировать модели, в которых на одном треугольнике могут располагаться несколько материалов. Совокупность всех достоинств разработанной нами системы обеспечивает возможность интерактивной, физически корректной экранизации широкого класса материалов.



Схема 1. Экранизация материалов с использованием графического процессора

### Литература

1. Szymon Rusinkiewicz "A Survey of BRDF Representation for Computer Graphics" CS348c, Winter 1997
2. P.Sikachev, A.Ilyin, A.Ignatenko "User-Assisted Acquisition, Processing and Rendering of Materials from Images" Proc. of Graphicon'2007, pp. 131-134, Moscow, Russia, June 2007

### Метод подавления артефактов сжатия цифрового видео

**Обухов Антон Николаевич, Гришин Сергей Викторович**

студент, аспирант

МГУ им. М.В. Ломоносова, факультет ВМиК, Москва, Россия

E-mail: aobukhov@graphics.cs.msu.ru, sgrishin@graphics.cs.msu.ru

В связи с повсеместным внедрением ЭВМ в различные сферы жизни человека, в последнее время наблюдается заметный рост требований к объемам видео, предназначенного для хранения и передачи. Во многих случаях не требуется сохранение полной информации из видео, поэтому наиболее востребованными в настоящий момент являются алгоритмы сжатия с потерями. Основной проблемой, характерной для алгоритмов этой группы, является наличие в сжатом видео артефактов (при высокой степени сжатия), таких как блочность, эффект Гиббса (рингинг) и др. Блочность

обусловлена спецификой некоторых алгоритмов сжатия и проявляется в том, что границы блоков (групп пикселей в форме квадрата) визуально заметны.

Существует немалое количество методов постобработки видео, выполняющих улучшение качества сжатого видео за счет подавления артефактов сжатия. Важной особенностью разработки алгоритма постобработки видео является требование высокой скорости работы; это накладывает серьезные ограничения на сложность модели артефактов. Большинство известных алгоритмов используют простые математические модели, что делает их быстрыми, но не всегда способными справиться со сложными входными данными [1]. Другие подходы [2][3] используют итеративные методы, которые обеспечивают более качественное подавление артефактов, но практически неприменимы в приложениях реального времени.

Предлагаемый метод подавления блочности сочетает в себе возможность обработки видео в режиме реального времени с высокой эффективностью устранения артефактов. Алгоритм имеет специальный этап обработки, который предназначен для работы с сильно сжатым видео (с мобильных телефонов, потоковое видео). Основными этапами разработанного алгоритма являются:

1. обнаружение участков максимальной степени сжатия и сглаживание найденных областей в частотной области;
2. вычисление вероятностной метрики наличия артефактов в блоках на основе появления высокочастотных компонент на границах блоков, что позволяет избежать искажения деталей изображения на этапе фильтрации путем варьирования силы фильтра;
3. адаптивная фильтрация яркостной компоненты изображения с использованием линейных фильтров, размер окон которых зависит от вероятностной метрики, вычисленной на предыдущем этапе.

Разработанный алгоритм продемонстрировал наилучшее объективное (на основе метрики Y-PSNR) и визуальное качество в сравнении с другими методами [1][2][3]. Алгоритм реализован в виде библиотеки для программы обработки видео VirtualDub и доступен по адресу: [http://www.compression.ru/video/deblocking/smartdeblocking\\_en.html](http://www.compression.ru/video/deblocking/smartdeblocking_en.html)

#### Литература

- [1] K. Ramkishor, P. Karandikar, "A Simple and Efficient Deblocking Algorithm for Low Bit-Rate Video Coding". *IEEE International Symposium on Consumer Electronics, Hong Kong, China*, December 2000.
- [2] Aria Nosratinia, "Enhancement of JPEG-Compressed Images by Re-application of JPEG". *Journal of VLSI Signal Processing Systems, Volume 27, Special issue on multimedia signal processing*, Feb. 2001, pp. 69-79.
- [3] Seop Hyeong Park, Dong Sik Kim, "Theory of Projection onto the Narrow Quantization Constraint Set and Its Application". *IEEE transactions on image processing, vol. 8, no. 10*, Oct. 1999.

**Трехмерное моделирование тел формы обобщенного цилиндра по изображениям****Сенюкова Ольга Викторовна, Якубенко Антон Анатольевич***Студент, Аспирант**Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова, Москва, Россия**E-mail: olsen222@yandex.ru, toh@graphics.cs.msu.su*

Одной из самых актуальных задач в современной компьютерной индустрии стало трехмерное моделирование. Наибольший интерес представляет построение физически точных моделей объектов реального мира по изображениям, являющимися наиболее простым способом получения информации об объекте. Использование априорной информации об объекте, например, принадлежности к определенному классу, позволяет значительно ускорить процесс моделирования и повысить качество результата.

В рамках данного исследования был проведен обзор методов, учитывающих геометрические особенности класса обобщенных цилиндров, и предложен новый алгоритм трехмерного моделирования тел рассматриваемого класса по изображениям, показывающий более устойчивые результаты. Под обобщенным цилиндром понимается тело, у которого ось – произвольная пространственная кривая, сечение – произвольная замкнутая плоская кривая. Сечение перпендикулярно оси в каждой точке. Рассматривается сечение, постоянное по форме, масштаб которого может изменяться вдоль оси. Наиболее общие представители данного класса встречаются в живой природе, например, банан или змея. У класса обобщенных цилиндров можно выделить ряд подклассов, представители которых еще чаще встречаются в реальном мире. Например, тела вращения – различные емкости; тела с произвольной осью и постоянным сечением – трубы, инженерные сооружения; тела с прямой осью и произвольным сечением – архитектурные сооружения.

На вход алгоритму подаются боковые контуры и сечение обобщенного цилиндра, выделенные пользователем на двух фотографиях тела, полученных с разных ракурсов, и калибровочные данные (информация о положении камеры, ее направлении и внутренних параметрах).

Алгоритм состоит из трех основных шагов. На первом шаге строится трехмерная ось тела – вначале строятся плоские оси объекта на изображениях, а затем по ним строится ось объекта в пространстве методом пересечения визуальных оболочек. На втором шаге вычисляются сечения – вначале рассчитывается форма всех сечений (с учетом того, что форма сечений не меняется вдоль оси), а затем масштаб каждого из них. Форму сечений можно получить, спроецировав выделенное пользователем сечение на плоскость, перпендикулярную построенной оси в соответствующей точке. Масштаб каждого сечения рассчитывается аналитически как такой минимальный масштаб, при котором проекция сечения пересечет боковые контуры объекта на изображении. На третьем, заключительном шаге, по восстановленным сечениям строится трехмерная модель обобщенного цилиндра.

Данный алгоритм обладает следующими достоинствами по сравнению с существующими подходами: минимальное и удобное взаимодействие с пользователем, максимальное соответствие полученной модели и входных данных, устойчивость. Алгоритм был протестирован на реальных примерах.

**Литература**

- [1].Pan, Chunhong Pan, Hongping Yan, Medioni G. Parametric Reconstruction of Generalized Cylinders From Limb Edges // IP(14). 2005. N 8. P. 1202 - 1214.
- [2].Man Hee Lee, In Kyu Park Image-based approach for modeling 3D shapes with curved surfaces // Proceedings Pacific Graphics. 2006.

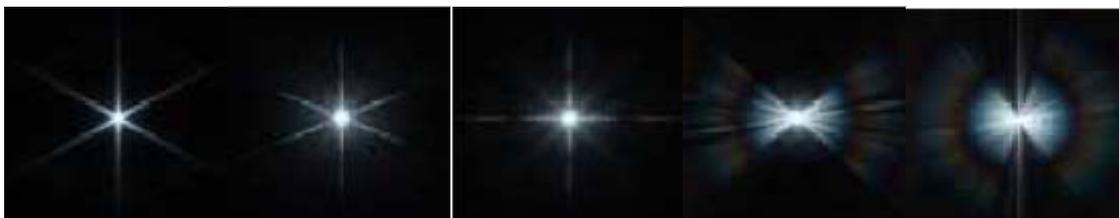
## Ускоренная визуализация эффекта дифракции Френеля для произвольного объектива

**Сикачев Петр Петрович, Игнатенко Алексей Викторович**

*студент, сотрудник, к.ф.-м.н.*

*Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова, факультет вычислительной математики и кибернетики, Москва, Россия*

*E-mail: psikachev@graphics.cs.msu.ru, ignatenko@graphics.cs.msu.ru*



Эффект дифракции на объективе визуально проявляется в виде «звездочек», появляющихся при наблюдении или съемке яркого объекта в условиях слабой освещенности. Присутствие этого эффекта в трехмерной сцене значительно повышает ее реализм, поэтому многочисленные работы [1-5] посвящены исследованию и реализации данного эффекта.

Предлагаемый метод, основанный на [1], имеет физическое обоснование, допускает визуализацию эффекта дифракции как для камеры, так и для глаза. Особенностью предлагаемого алгоритма являются различные алгоритмические оптимизации для ускорения визуализации с минимальной потерей качества.

На первой стадии алгоритма происходит вычисление и сохранение в текстуру дифракционной картины для данного объектива и препятствия. На второй стадии происходит наложение дифракционной картины на каждую яркую точку изображения (текстура накладывается на четырехугольник, который растеризуется в плоскости изображения с центром в данной точке [4]).

При значительном количестве ярких точек необходимо накладывать крайне большое количество четырехугольников с использованием смешения (blending, [4]). При этом скорость заполнения (fill rate) существующих видеоускорителей приводит к неприемлемо низкой скорости визуализации. Для ускорения визуализации предлагается находить кластеры из ярких точек (квадраты  $N \times N$  на изображении, каждая точка из которого порождает дифракционную картину) и накладывать в центр этого кластера четырехугольник с текстурой заранее просчитанной дифракционной картины. Если использовать фиксированный размер кластера, можно получить ускорение визуализации в 2-3 раза по сравнению с существующими подходами. Также предлагается алгоритм кластеризации с использованием квадродеревьев, который дает ускорение еще в два раза на типичных тестовых сценариях по сравнению с лучшим из методов кластеризации с фиксированным размером кластера.

### Литература

- [1] Masanori Kakimoto, Kaoru Matsuoka, Tomoyuki Nishita, Takeshi Naemura, Hiroshi Narashima. *Glare Generation Based on Wave Optics. In Proc. of Pacific Graphics 2004, pp. 133-142, 2004, Seoul.*
- [2] Chris Oat. *A Steerable Streak Filter. In ShaderX<sup>3</sup> Advanced Rendering with DirectX and OpenGL, edited by Wolfgang Engel, pp. 341-348, Charles River Media, 2004.*
- [3] G. Spencer, P. Shirley, K. Zimmerman, D. P. Greenberg. *Physically-Based Glare Effects for Digital Images. In Proceedings of SIGGRAPH '95, Computer Graphics Proceedings, Annual Conference Series, Los Angeles, pp. 325-334.*

[4] Tom McReynolds, David Blythe. *Advanced Graphics Programming Using OpenGL*. Morgan-Kaufmann, 2005.

### Метрика доверия векторам движения видеопотока

**Симонян Карен Ашотович, Гришин Сергей Викторович**

*студент, аспирант*

*МГУ им. М.В. Ломоносова, факультет ВМК, Москва, Россия*

*E-mail: simonyan@graphics.cs.msu.ru, sgrishin@graphics.cs.msu.ru*

Вектор движения определяет положение фрагмента текущего кадра видеопотока относительно одного из соседних кадров. Как правило, при сжатии и обработке видео область кадра разбивается на блоки, и вектор движения вычисляется для каждого из них. При этом вычисленный вектор не всегда соответствует истинному движению блока, а использование при обработке видео неверно найденных векторов движения может негативно повлиять на результат этой обработки. Для определения степени соответствия векторов истинному движению предлагается использовать специальную метрику доверия, которую можно интерпретировать как вероятность того, что вычисленный для блока вектор движения соответствует истинному движению этого блока.

Большинство имеющихся методов вычисления метрики доверия [1] направлены на определение лишь возможности правильного вычисления вектора движения, что затрудняет их применение в случае, когда необходимо определить “доверие” уже вычисленному вектору. Такая задача может возникнуть, например, при обработке поля векторов движения, полученного из сжатого видеопотока. Кроме того, некоторые методы [2] применимы только для анализа векторов движения, вычисленных для каждого пикселя, что также ограничивает их область применения. В [3] был предложен метод получения апостериорной оценки вероятности того, что вектор движения блока соответствует его истинному движению. Однако данный метод учитывает только распределение межкадровой разницы (разницы между текущим кадром и кадром, построенным с помощью векторов движения). При этом не учитывается распределение векторов движения, а также гладкость траектории блока.

Предлагаемый нами метод лишен этих недостатков. Результирующее значение метрики вычисляется для каждого вектора как взвешенное среднее трех компонент:

- первая компонента метрики вычисляется как доля точек блока, межкадровая разница которых не превосходит порога, вычисляемого адаптивно в зависимости от дисперсии межкадровой разницы блока; при этом межкадровая разница блока моделируется распределением Лапласа;
- производится кластеризация поля векторов движения, после чего вторая компонента метрики вычисляется как отношение размера кластера, которому принадлежит вектор, к некоторому порогу;
- производится построение траектории блока для нескольких предыдущих кадров; третья компонента метрики вычисляется как отношение разностной производной координат траектории к некоторому порогу.

Для сравнения предлагаемой метрики доверия с [3] было использовано синтетическое видео с заранее известными векторами движения. Для вычисления векторов, соответствие которых истинным необходимо проверить, применялся алгоритм полного перебора. Затем были вычислены коэффициенты ранговой корреляции

Спирмена и Кендалла между настоящей ошибкой вектора движения и каждой из сравниваемых метрик. По этим показателям предлагаемый метод превосходит [3].

### Литература

- [1] T. Yoshida, H. Katoh, and Y. Sakai, “Block matching motion estimation using block integration based on reliability metric”, in Proc. *IEEE ICIP*, vol. 2, pp. 152–155, October 1997.
- [2] E. P. Simoncelli, E. H. Adelson, and D. J. Heeger, “Probability distributions of optical flow”, in Proc. *IEEE CVPR*, pp. 310–315, June 1991.
- [3] I. Patras, E. A. Hendriks, and R. L. Lagendijk, “Probabilistic Confidence Measures for Block Matching Motion Estimation”, *IEEE transactions on CSVT*, vol. 17, pp. 988–995, August 2007.

### Автоматическое встраивание полигонального объекта в виртуальную сцену

**Синявский Виталий Александрович, Ильин Андрей Алексеевич**

*студент, аспирант*

*Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова, Москва, Россия*

*факультет Вычислительной Математики и Кибернетики*

*E-mail: vsinyavsky@graphics.cs.msu.ru, ailyin@graphics.cs.msu.ru*

Основной задачей расширенной реальности [1] является автоматическое встраивание виртуального объекта в сцену реального мира. В системе реконструкции отражательных свойств материалов по фотоизображениям [2] виртуальная сцена реального мира представляется набором фотоизображений с соответствующими параметрами камер, при помощи которых они были сделаны, и трехмерной моделью встраиваемого объекта. Основываясь на фотометрических данных, на место исследуемого объекта требуется внедрить виртуальный объект, заданный полигональной сеткой. Стоит отметить, что вручную данная задача практически не решается, этот процесс называется подгонкой (fitting). Существующие методы выделения особых точек на изображениях к этой задаче также не применимы. Проблема заключается в том, что материалы встраиваемого объекта на этой стадии не известны, и визуализировать внедряемый объект с цветом замещающего объекта не представляется возможным.

В данной работе предложен и реализован алгоритм автоматического встраивания виртуального объекта в сцену реального мира, основанный на итерационном процессе. В ходе итерационного процесса каждой фотографии ставится в соответствие синтезированное изображение сцены, в которой положение встраиваемого объекта адаптивно изменяется на каждой итерации. Положение и ориентация объекта подгоняется при помощи линейных преобразований (рис. 1) и целью является полное совпадение объектов на каждой фотографии (рис. 2). Сходимость итерационного процесса достигается при помощи минимизации функционала ошибок:

$$\sum_{i=1}^n \rho_i(s, l, \alpha) \rightarrow \min, \text{ где } \rho_i(s, l, \alpha) - \text{ значение функционала для } i\text{-ого}$$

фотоизображения,  $s$  – площадная характеристика объекта,  $l$  – удлиненность,  $\alpha$  – направление главной оси инерции,  $n$  – количество фотоизображений.

В ходе проверки работы алгоритма на тестовых и реальных данных была получена высокая скорость и точность сходимости. По средствам разработки автоматического шага, предварительной подгонки на уменьшенных изображениях и использования средств аппаратного ускорителя была увеличена скорость сходимости.

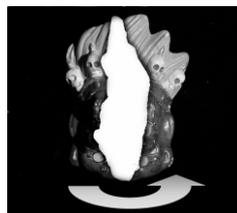
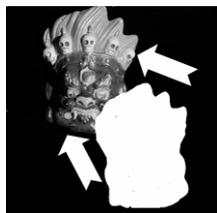


Рис.1

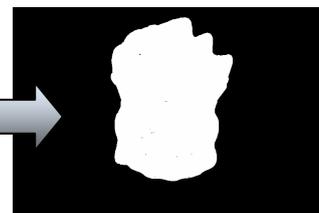


Рис.2

### Литература

- 1) R.Raskar, G.Welch, H.Fuchs "Spatially Augmented Reality" Department of Computer Science, University of North Carolina at Chapel Hill, Chapel Hill, NC 27599, U.S.A.
- 2) P.Sikachev, A.Ilyin, A.Ignatenko "User-Assisted Acquisition, Processing and Rendering of Materials from Images" Proc. of Graphicon'2007, pp. 131-134, Moscow, Russia, June 2007.

### Сегментация материалов трехмерного объекта по набору его фотоизображений

*Ускова Екатерина Анатольевна, Ильин Андрей Алексеевич*

*студент, аспирант*

*Костромской Государственный университет им. Некрасова, физико-математический факультет, кафедра прикладной математики и информационных технологий, Кострома, Россия*

*Институт прикладной математики им. М.В.Келдыша РАН, Москва, Россия*

*e-mail: ekaterina44\_u@mail.ru, ailyin@graphics.cs.msu.ru*

Одной из основных задач системы реконструкции отражательных свойств материалов по фотоизображениям [1] является определение числа материалов, находящихся на исследуемом объекте, и выявление для каждого материала областей объекта, которые покрыты данным материалом. Начальное (грубое) нахождение областей объекта с одинаковым материалом является основной целью данной работы.

Фотографии объекта с соответствующей информацией о параметрах камеры (калибровочная информация) и положением источников света, полигональная модель исследуемого объекта – являются исходными данными задачи. Для упрощения работы фотоизображения переводятся в текстуры исследуемого объекта, что обеспечивает соответствие точек на всех текстурах и быстрый поиск по ним. За основу алгоритма сегментации был взят метод формирования однородных областей, критерием однородности в котором является цвет. Был реализован алгоритм разрастания регионов (region growing) [2]. На первом этапе по некоторому правилу выбираются центры области, к которым поэтапно присоединяются соседние точки, удовлетворяющие критерию. Прямое использование алгоритма разрастания регионов не дает приемлемых результатов: во время анализа областей объекта при различных параметрах освещенности возникают проблемы сравнения. На рисунке 1 схематично показана одна из возникших проблем, проблема бликов: блики либо выделяются в отдельные материалы, либо сливаются с ближайшими несоответствующими действительности материалами.

Был предложен и реализован критерий однородности, в котором используется пространственная информация, т.е. добавляется критерий близости (расстояние между точками на объекте), информация о положении источника света и параметрах камеры (калибровочная информация). Также каждому пикселю изображения была помимо

информации о цвете объекта, добавлена информация о нормали поверхности объекта в этой точке. Тем самым на этапе разрастания областей районы с вероятными бликами учитывались с меньшими коэффициентами важности. Учет локальных геометрических свойств поверхности объекта в исследуемой области повысило вероятность правильного определения материалов. На этапе тестирования алгоритма были получены хорошие результаты: предложенный алгоритм правильно определял число и области с одинаковыми материалами на тестовых объектах.

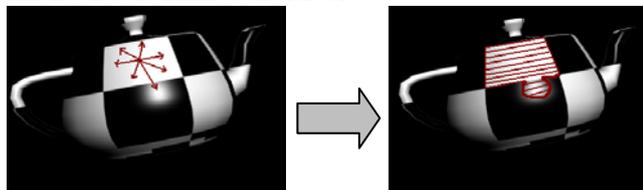


Рис. 1 Блик. Не правильное разрастание области.

### Литература

1. P.Sikachev, A.Ilyin, A.Ignatenko "User-Assisted Acquisition, Processing and Rendering of Materials from Images" Proc. of Graphicon'2007, pp. 131-134, Moscow, Russia, June 2007.
2. Besl and Jain. "Segmentation Through Variable-Order Surface Fitting", IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, vol. 10, pp. 167-192, 1988.

### Трёхмерная визуализация архитектуры программных систем

**Чепурнова Екатерина Викторовна, Игнатенко Алексей Викторович**

*студент, сотрудник, к.ф.-м.н.*

*Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова, факультет  
вычислительной математики и кибернетики, Москва, Россия.*

*e-mail: echeburnova@graphics.cs.msu.ru, ignatenko@graphics.cs.msu.ru*

В настоящее время из-за стремительно роста объема и сложности программных проектов их детальное понимание становится более затруднительным для программиста. Известно множество методов облегчить понимание программного кода, в том числе использование UML-диаграмм, которые являются двумерными графами. Интенсивно развиваются трёхмерные подходы к визуализации ПО. Они способны превзойти двумерные представления по наглядности и удобству.

Предложенный алгоритм визуализации предназначен для трёхмерного отображения уже существующего объектно-ориентированного кода. Было разработано несколько режимов визуализации, каждый из которых строится алгоритмом автоматически. Для первого ознакомления с изучаемым кодом создан режим, основанный на метафоре трёхмерного города [1]. С помощью него пользователь может оценить общие масштабы системы, изучить различные метрики: например, количество строк кода конкретного класса. Чем больше строк кода, тем крупнее рисуется параллелепипед, означающий класс (см. рис. 1). Рассматриваются также более сложные метрики. Режим визуализации наследования классов (рис. 2) может вызываться как для всей системы, так и для отдельных её пространств имён. Наследование изображается в виде древовидной структуры, состоящей из сфер (классов) и конусов (связей). Такое представление интуитивно понятно и легко воспринимается пользователем. Метафора молекулы [2] используется для визуализации различных связей между классами. Это третий режим. Интересующий пользователя класс помещается в центре воображаемой сферы, связанные с ним классы располагаются на сфере и соединяются отрезками с текущим (рис. 3). Типы связей различаются цветом. Были также разработаны режимы визуализации связей между пространствами имён и скелета наследования.

Поддерживается удобная навигация, связь трёхмерных представлений с текстовой документацией и программным кодом, они вызываются из контекстного меню изучаемой сущности (например, класса). Разработан дружелюбный пользовательский интерфейс.

Субъективное тестирование, в котором участвовало более 15 человек, показало хорошие перспективы данного подхода. В частности, результаты говорят об уменьшении времени, необходимого для анализа архитектуры программной системы, на 10-30% по сравнению с UML-документацией.

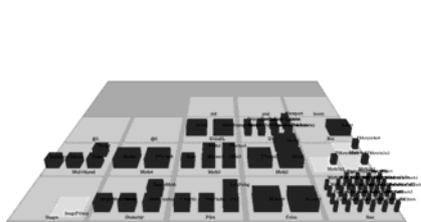


Рис.1.

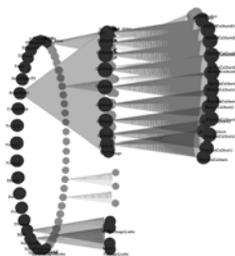


Рис.2

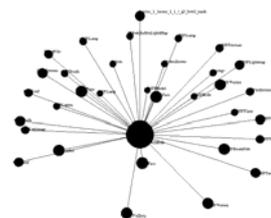


Рис.3

### Литература:

1. Richard Wettel, Michele Lanza "Visualizing Software Systems as Cities"
2. В.Л. Авербух, А.Ю. Байдалин, Д.Р. Исмагилов, А.Ю. Казанцев, С.П. Тимошпольский «Использование Трёхмерных Метафор Визуализации»

### Подподсекция «Искусственный интеллект интеллектуальная обработка данных»

#### Обнаружение межмодульных уязвимостей веб-приложений

**Баранов Василий Александрович, Петухов Андрей Александрович**

*студент, сотрудник*

*Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова, ВМук, Москва, Россия*

*E-mail: jeepers@lvk.cs.msu.su, petand@lvk.cs.msu.su*

Некорректная обработка пользовательского ввода в веб-приложениях позволяет злоумышленникам реализовать такие атаки, как XSS и SQL Injection. Данные атаки реализуются через внедрение кода в параметры http-запроса. Большинство атак предполагает, что внедренный код будет задействован модулем-обработчиком http-запроса сразу. Однако возможен вариант, когда данные с внедренным кодом будут сохранены в СУБД веб-приложения и задействованы позже, уже другим модулем-обработчиком, при обращении по другому URI. Последний вариант иллюстрирует класс атак, связанных с внедрением кода второго уровня [2], защите веб-приложений от которых и посвящена данная работа.

Существующая классическая модель Tainted Mode [1] не пригодна для обнаружения межмодульных уязвимостей, позволяющих проводить рассматриваемый класс атак. Были выявлены следующие недостатки классической модели:

**Недостаток №1.** Классическая модель не разделяет критические функции и функции, предназначенные для обработки входных данных, на классы.

**Пример.** Пусть веб-приложение добавляет данные, вводимые пользователем в форму, в БД. Перед занесением в БД данные фильтруются функцией, очищающей строку от JavaScript кода. Такое приложение обладает уязвимостью типа SQL Injection (ведь из пользовательского ввода убирается только JavaScript). Однако применение классической модели Tainted Mode эту уязвимость пропустит, так как к входным данным была применена фильтрующая функция.

**Недостаток №2.** Классическая модель имеет предположение, что «все данные, локальные по отношению к веб-приложению, считаются надёжными».

**Пример.** Пусть модуль А веб-приложения перед занесением данных в БД производит их проверку на наличие SQL Injection. В модуле А уязвимостей обнаружено не будет, и это правильно. Пусть модуль В считывает из БД добавленные модулем А данные и добавляет их в HTML, выводимый пользователям. Веб-приложение, очевидно, обладает межмодульной уязвимостью, которая позволяет провести атаку XSS второго уровня. Однако, модуль В в рамках модели Tainted Mode так же как и модуль А не обладает уязвимостью, ведь используется предположение о корректности всех локальных данных.

Таким образом, была проведена доработка классической модели с целью исправления указанных недостатков. Доработанная модель корректно моделирует потоки данных между модулями веб-приложения. Кроме того, модель доработана в части оценки фильтрующих и критических функций с учётом классов их эквивалентности, для чего была построена их классификация. Новая модель инструментально поддерживается модулем динамического анализа, работающим в составе интерпретатора Питон.

### Литература.

1. D. Kozlov, A. Petukhov, “Implementation of Tainted Mode Approach to Finding Security Vulnerabilities for Python Technology,” in Proceedings of the First Spring Young Researchers’ Colloquium on Software Engineering, Moscow, 2007, vol 1, pp. 45-47.
2. Joel Scambray, Mike Shema, “Hacking of Web Applications Exposed”, Berkeley, California, U.S.A., 2002, pp 202-241.
3. Gunter Ollmann, “Second order Code injection Attacks”, NGS Insight Security Research, November 2004.

### Распознавание в научно-технических текстах терминов и их вариантов<sup>1</sup>

**Васильева Наталья Эрнестовна**

*младший научный сотрудник*

*Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова, Москва, Россия*

*e-mail: nvasil@list.ru*

Решение многих задач автоматической обработки текста опирается на распознавание в рассматриваемом тексте терминов – слов и словосочетаний, называющих понятия определенной проблемной области. В первую очередь

---

<sup>1</sup> Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект № 06-01-00571)

распознавание терминов необходимо при аннотировании и реферировании документов, при индексировании и рубрикации текстов в информационно-поисковых системах.

При проведении полного терминологического анализа текста следует учитывать различные варианты употребления в нем терминов [1]. В частности, в тексте термины могут усекаться (*оперативная память – память*), сокращаться (*синтаксическое представление – СинП*), объединяться друг с другом (*ЭВМ второго поколения, ЭВМ третьего поколения, ЭВМ четвертого поколения – ЭВМ второго, третьего и четвертого поколения*).

Данная работа посвящена проблеме автоматического распознавания в заданном научно-техническом тексте терминов с учетом их допустимых вариантов. Рассматриваются одно-, двух- и трехсловные термины, состоящие из прилагательных и существительных; среди таких терминов наиболее частотными являются термины следующего вида: существительное (*автосохранение*), существительное + существительное в родительном падеже (*модель данных*), прилагательное + существительное (*физический адрес*).

На основе проведенного исследования русскоязычных научно-технических текстов из области компьютерной лингвистики были выявлены допустимые варианты употребления терминов и предложена их классификация.

Выявленные варианты включают случаи объединения нескольких терминов:

– с помощью сочинительных союзов и знаков препинания: конструкция *восходящий или нисходящий процесс порождения элементов решётки* построена на основе двух терминов – *восходящий процесс порождения элементов решётки* и *нисходящий процесс порождения элементов решётки*;

– с помощью связей согласования и управления: словосочетание *двухтрубная система горячего водоснабжения* построено на основе двух терминов – *двухтрубная система водоснабжения* и *горячее водоснабжение*.

Выявленные варианты включают также случаи изменения отдельного термина; эти изменения могут касаться:

- символического состава слова, входящего в термин (*IP-адрес – IP адрес*);
- морфемного состава слова, входящего в термин (*спецсимвол – спецзнак*);
- лексического состава термина (*бурение взрывом – бурение методом взрыва*);
- морфосинтаксического образца термина (*коллекция текстов – текстовая коллекция*).

Указанные варианты употребления терминов описаны на формальном языке; на основе этой формализации разработаны алгоритмы распознавания в научно-техническом тексте терминов с учетом их допустимых вариантов.

### Литература

[1] Jacquemin C., Tsoukermann E. NLP for Term Variant Extraction: Synergy Between Morphology, Lexicon, and Syntax. In: Strzalkowski T. (ed.), Natural Language Information Retrieval, Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 1999, p. 25-74.

## Метод стегоанализа изображений формата JPEG, базирующийся на сжатии данных

*Жилкин Михаил Юрьевич*

*аспирант*

*Сибирский государственный университет телекоммуникаций и информатики,*

*Новосибирск, Россия*

*e-mail: myz@csu.ru*

### Введение

Стеганография – искусство передачи информации таким образом, что сам факт передачи остается в тайне. Обычно скрыто передаваемые сообщения встраивают в “невинные” данные – изображения, видео и музыкальные файлы. Современная компьютерная стеганография находит применение в области военной и правительственной связи, защиты авторских прав, используется для решения задач обеспечения информационной безопасности. Методы стеганографии могут использовать и самые разнообразные “злоумышленники”, поэтому ставится задача т.н. стегоанализа, предназначенного для обнаружения “скрытой” информации. Сегодня во всем мире ведутся многочисленные исследования, направленные на разработку новых методов стеганографии и атак на уже существующие методы.

### Постановка задачи и описание метода

Цель работы – построение эффективного метода “автоматического” (т.е. без участия человека) определения факта наличия скрытых данных в графических стегоконтейнерах формата JPEG.

Для сокрытия информации в графическом контейнере требуется специальное ПО. Множество стеганографических программ сегодня свободно доступны через Интернет. Большинство из них скрывают информацию в наименее значащих битах (НЗБ) исходных контейнеров. Наиболее популярными стеганографическими пакетами, предназначенными для работы с форматом JPEG, являются JPHide, Jsteg, F5 и др.

Алгоритм сжатия JPEG состоит из нескольких этапов, наиболее важные – дискретное косинусное преобразование (ДКП) и последующее сжатие данных методом Хаффмана. Стандартные методы стеганографии в JPEG используют особенности структуры матриц ДКП для сокрытия информации в изображении, что делает стегоанализ трудоемким.

Разработанный метод исследует степень сжатия различных участков стегоконтейнеров для определения факта наличия скрытой информации. Сжатие производится при помощи стандартных архиваторов RAR/ZIP/GZIP/BZIP2. Дополнительно может использоваться встроенный в JPEG алгоритм сжатия без потерь.

В основе алгоритма лежат несколько этапов: 1) извлечение массива ДКП-коэффициентов из исследуемого контейнера; 2) создание копии массива данных; 3) стеганографическое «заполнение» копии; 4) разбиение исходного массива и копии на несколько равных частей; 5) вычисление коэффициентов сжатия частей при помощи внешнего архиватора или встроенного алгоритма сжатия; 6) сравнение коэффициентов сжатия соответствующих частей исследуемого массива и «заполненной» копии; 7) отнесение JPEG-файла к категории «пустой»/«заполненный».

### Результаты

Для экспериментального исследования метода была подготовлена серия из 1000 различных изображений формата JPEG. Файлы подвергались различной степени заполнения. Использовались различные стандартные архиваторы и алгоритмы компрессии. По результатам исследования для стегоанализа JPEG-файлов наилучшим образом показал себя встроенный алгоритм сжатия (RLE + метод Хаффмана). Начиная с

30% заполнения разработанный метод способен уверенно отличить заполненный контейнер от «пустого», при ошибке не более 5%. К достоинствам метода следует отнести наличие параметров, регулирующих чувствительность обнаружения скрытой информации.

### **Окружная социальная геоинформационная система (ОСГИС)**

*Лебедев Андрей Сергеевич*

*студент*

*Югорский государственный университет, Ханты-Мансийск, Россия*

*e-mail: lebandrew@gmail.com*

На сегодняшний день в России, да и во всем мире, всё большую значимость и развитие приобретают так называемые геоинформационные системы. Данный вид систем объединяет в себе картографическую основу, связанную с базой данных, а также пользовательский интерфейс. Совсем недавно круг пользователей таких систем был очень узок, но сейчас геоинформационные системы получают распространение не только среди профессионалов в области картографии, но и среди обычных рядовых пользователей, жителей городов, туристов. В зависимости от требований системы могут быть как глобального масштаба, как например система Google Maps, так и локального. Под локальными геоинформационными системами понимаются системы в масштабе одного города, района, области либо округа. Одной из таких систем является «Окружная социальная геоинформационная система» далее ОСГИС.

Главной целью является создание системы ориентированной на потребности населения и гостей Ханты-Мансийского автономного округа в доступной, бесплатной, полной и актуальной информации.

Основные преимущества перед аналогичными разработками:

- разнообразие механизмов предоставления информации;
- единый узнаваемый интерфейс;
- реализация необходимых для населения и гостей города/округа справочно-информационных сервисов.

Разработка интегрированной информационно-справочной системы ОСГИС подразумевает создание различных информационных сервисов с единым, узнаваемым и легко доступным интерфейсом. Для взаимодействия с системой можно воспользоваться терминалом (информационным киоском), карманным компьютером (при наличии GPRS канала), сотовым телефоном (при доступе к WAP или MMS сервисам), а также Web сайтом, для пользователей Интернет.

ОСГИС ориентированна на решение задач населения. Ввиду значительного количества необходимых функциональных возможностей и исходных данных, в рамках разработки данной системы из множества задач для первоначальной реализации были выбраны следующие:

- поиск необходимой информации и отображение результатов на карте;
- обеспечение населения бесплатной, актуальной и максимально полной справочной информацией о сферах деятельности города/округа;
- информирование населения о динамике движения муниципального и маршрутного транспорта в режиме реального времени;
- развитие туризма, обеспечение гостей города/округа важной информацией о гостиницах, развлекательных, спортивных и культурных центрах, о массовых мероприятиях города/округа;
- формирование маршрута движения на городском, пассажирском транспорте;
- наглядное и удобное картографическое представление информации.

Своевременное использование накопленного опыта в области разработки ГИС для социальной сферы, позволит улучшить качество предоставления информационных услуг населению и гостям города/округа в соответствии с темпами развития картографических систем.

### Литература

Шорин, О.М. Окружная социальная геоинформационная система / О.М. Шорин, Я.С. Суляев, А.С. Лебедев // Информационные технологии и решения для "Электронной России": тез. док. VI межрегион. науч.-практ. конф. – Ханты-Мансийск, 2007.

#### О стойкости криптосистемы Нидеррайтера на основе кодов Гоппы

*Мартыненко Александр Анатольевич*

*Студент*

*Московский Государственный Университет имени М.В.Ломоносова,  
факультет Вычислительной Математики и Кибернетики, Москва, Россия  
e-mail: amartynenko@list.ru*

Криптосистема Нидеррайтера [3] является одной из кодовых асимметричных криптосистем.

Секретным ключом является тройка  $(M, H, P)$ , где  $M$  – произвольная невырожденная матрица размера  $(n-k) \times (n-k)$ ,  $H$  – проверочная матрица некоторого линейного  $(n, k)$  кода  $C$  размера  $(n-k) \times n$ ,  $P$  – произвольная перестановочная матрица размера  $n \times n$ .

Открытым ключом является матрица  $H^* = MHP$  размера  $(n-k) \times n$  и число  $t$  – количество ошибок, которое исправляет код  $C$ .

Типичной задачей для асимметричных криптосистем является определение секретного ключа по открытому.

В статье Сидельникова и Шестакова [2] рассматривается атака на криптосистему Нидеррайтера, основанной на кодах Рида-Соломона, которая находит секретный ключ по открытому за полиномиальное время.

В данной работе используется модификация криптосистемы Нидеррайтера, М-криптосистема Нидеррайтера. Для неё секретным ключом является четверка  $(M, H, P, D)$ , где первые три матрицы имеют такой же вид, как и в оригинальной криптосистеме, а матрица  $D$  является произвольной диагональной матрицей размера  $n \times n$ . Открытым ключом является матрица  $H^* = MHPD$  и число  $t$  – количество ошибок, которое исправляет код  $C$ .

В качестве кода  $C$  для М-криптосистемы Нидеррайтера рассматриваются коды Гоппы [1]. Пусть  $m, t$  – произвольные натуральные числа,  $(\gamma_0, \gamma_1, \dots, \gamma_{n-1})$  произвольные

элементы из  $F_{2^m}^n$ ,  $g(X) = \sum_{i=0}^t g_i X^i \in F_{2^m}[X]$  – многочлен Гоппы степени не большей  $t$ .

Кодом Гоппы над полем  $F_{2^m}$  называется совокупность векторов  $(c_0, c_1, \dots, c_{n-1}) \in F_{2^m}^n$

таких, что  $\sum_{i=0}^{n-1} \frac{c_i}{X - \gamma_i} = 0 \pmod{g(X)}$ .

Основной результат: в данной работе модифицируется атака Сидельникова-Шестакова для М-криптосистемы Нидеррайтера, основанной на кодах Гоппы, которая находит

секретный ключ по открытому за полиномиальное время, равное  $\bar{O}(d^4 n^2 + dn^3)$ .  $d$  – кодовое расстояние кода Гоппы.

### Литература

1. Ф.Дж. МакВильямс, Н.Дж. Слоэн, Теория кодов, исправляющих ошибки. 1979г.
2. Сидельников В.М. Шестаков С.О., О системе шифрования, построенной на основе обобщенных кодов Рида-Соломона, Дискретная математика, т.4, вып.3, стр 57-63, 1992г.
3. Х.К.А. Ван Тилборг, Основы Криптологии, 2006г.

### Методы представления знаний в решателе геометрических задач

*Недумов Ярослав Ростиславович*

*аспирант*

*Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова, Москва, Россия  
e-mail: yarnedumov@yandex.ru*

Задача представления знаний играет важную роль в проектировании систем, основанных на знаниях. Удачное представление знаний может упростить систему, позволить избежать лишних накладных расходов при её работе.

Работа посвящена созданию нового метода представления знаний для решателя геометрических задач [1]. Новый метод строится в рамках объектной модели представления знаний и подхода к планированию на основе стереотипов.

Основная идея нового метода заключается в использовании семантической сети [2, 3] объектов и отношений для представления структурно сложных объектов и описания отношений конфигурации. В семантической сети выделяются два основных типа узлов: узлы, представляющие объекты, и узлы, представляющие отношения. Узлы разных типов могут связываться между собой дугами. Для каждой дуги, связывающей пару из объекта и отношения, определена некоторая роль, которую данный объект играет в данном отношении.

Структурно сложные объекты в такой семантической сети могут задаваться в виде пары из узла-объекта и узла-отношения, связанных дугой. С помощью узла-объекта задаются все его характеристики простых типов, например имя, с помощью узла-отношения задаются связи объекта с другими объектами, являющимися его составными частями.

Отношения конфигурации могут быть описаны в терминах узлов и дуг семантической сети. Для каждого класса отношений конфигурации можно декларативно описать некоторый шаблон, задающий подсеть семантической сети, наличие которой является необходимым (в некоторых случаях и достаточным) условием для распознавания отношения конфигурации.

Предложенный метод представления знаний был применен в решателе геометрических задач. В рамках метода был разработан декларативный язык представления знаний на основе языка Пролог. Были разработаны средства поддержки базы знаний. Применение метода позволило корректно представить знания решателя о предметной области «планиметрия».

### Литература

- *Корухова Л. С., Любимский Э. З., Островский В. В.* Программирование на основе стереотипов. – М.: Препринт Института прикладной математики им. М. В. Келдыша РАН, № 18, 1994.
- *Рассел С., Норвиг П.* Искусственный интеллект: современный подход. М.: Издательский дом «Вильямс», 2006. 1408 с.
- *Уэно Х., Кояма Т., Окамото Т., Мацуби Б., Исидзука М.* Представление и

использование знаний. М.: Мир, 1989. 220 с.

## **Применение логического подхода при разработке автоматизированной системы многопараметрического поиска оптимальные маршрутов**

***Несвитайло Александр Александрович***

*студент*

*Белгородский государственный университет,*

*Институт информационных технологий и коммуникаций, Белгород, Россия*

*e-mail: nesvitailo\_alex@mail.ru*

Географическая информационная система[1] (ГИС) – современная компьютерная технология для картографирования и анализа объектов реального мира, происходящих и прогнозируемых событий и явлений.

Существующие ГИС часто не отвечают запросам потребителей (они громоздки, недоступны для редактирования, дороги, и, как правило, решают большое количество задач, потребности в которых у большинства пользователей не возникает). Поэтому существует необходимость создания простой и удобной в эксплуатации узкоспециализированной ГИС, которая позволила бы решать задачу многопараметрического поиска оптимального маршрута на карте, при этом была бы открыта для редактирования пользователями.

Для решения поставленной задачи была спроектирована и реализована система поиска оптимальных маршрутов "GISka 2007", использующая специально разработанный эвристический алгоритм многопараметрического поиска, описанный на языке Prolog[2] (логический подход), осуществляющий поиск необходимого маршрута.

Применение логического подхода обусловлено тем, что, во-первых, на языке логического программирования легко реализуем поиск по дереву с возвратом, что наиболее подходит для реализации тех алгоритмов, которые дают возможность многопараметрического поиска оптимальных путей передвижения. Во-вторых, использование именно логического подхода предполагает создание открытой базы знаний системы: отдельные компоненты системы (факты, правила, цели и т.п.) могут быть дополнены или изменены независимо друг от друга, что делает редактирование базы знаний системы более удобным. В-третьих, программный код при использовании логического подхода значительно короче, нежели коды программ написанных на обычных языках программирования. И, наконец, именно логический подход делает простой и интуитивно понятной разработку экспертных систем, основанных на знаниях, систем поддержки принятия решений, планирующих программ, развитых систем управления базами данных и других.

Поиск в графах, как правило, невозможен без решения проблемы комбинаторной сложности, возникающей из-за быстрого роста числа альтернатив. Эффективным средством борьбы с этим служит эвристический поиск.

Один из путей использования эвристической информации о задаче – это получение численных эвристических оценок для вершин пространства состояний. При разработке алгоритма поиска в качестве эвристической оценки был использован параметр "угол обзора". Наиболее приоритетными дугами при анализе оптимальности выбираются дуги, попадающие в угол обзора, угол, биссектриса которого соединяет стартовую и целевую вершины.

Интерфейс данной системы разработан в среде Delphi[3]. Следует отметить, что специфика логического подхода использованного при разработке проекта позволяет совершенствовать и расширять систему. Пользователь системы может вносить изменения, как в базу данных, так и в алгоритмы поиска, что делает нашу систему

полностью открытой. Система имеет встроенный редактор, позволяющий создавать и внедрять в систему собственный алгоритм поиска.

### Литература

1. www.gisinfo.ru
2. Л. Стерлинг, Э. Шапиро Искусство программирования на языке Пролог: Пер. с англ. – М.: Мир, 1990.- 235 с.
3. А. Архангельский Delphi 2006. Справочное пособие: Язык Delphi, классы, функции Win32 — М.: ООО «Бином-Пресс», 2006 г. — 1152 с.

### Извлечение метаинформации и библиографических ссылок из текстов научных статей вероятностными методами машинного обучения.

*Самусев Семен Александрович*<sup>1</sup>

*студент*

*Московский Государственный Университет имени М.В.Ломоносова,  
факультет Вычислительной Математики и Кибернетики, Москва, Россия  
e-mail: sam@lvk.cs.msu.su*

Из года в год количество публикуемых в Интернет научных статей неуклонно растет, и Интернет постепенно становится основным источником научной литературы. Одним из наиболее эффективных подходов к организации поиска и хранения подобной литературы является создание электронных библиотек научных публикаций.

В частности, в лаборатории вычислительных комплексов на факультете ВМиК проводятся работы по созданию электронной библиотеки русскоязычных и англоязычных научных статей на основе CiteSeer [1,4]. Одной из ключевых возможностей CiteSeer является автоматическое извлечение метаинформации и библиографических ссылок в процессе обработки образов документов. Для этого в системе применяется преобразование образа статьи (ps или pdf) в текст со специальной разметкой, после чего информация извлекается из текста при помощи метода регулярных выражений. Однако, в последнее время для решения этой задачи успешно применяются вероятностные методы машинного обучения, в частности метод скрытых марковских моделей [2] и метод условных случайных полей [3].

Используя специфику русскоязычных статей [4] была произведена адаптация для работы с русскоязычными данными метода, основанного на скрытых марковских моделях, и метода, основанного на условных случайных полях. Также была построена система извлечения метаинформации и библиографических ссылок из текстов научных статей, использующая эти адаптированные методы. Было проведено предварительное экспериментальное исследование на англоязычном<sup>2</sup> и русскоязычном<sup>3</sup> наборе данных, целью которого было качественное сравнение двух вышеупомянутых методов. Исследование показало, что для каждого из методов существуют классы метаинформации, которые этим методом извлекаются значительно точнее, чем другим, что позволяет сделать предположение о возможности композиции методов.

В дальнейшем планируется исследовать систему на возможность использования композиции методов и объединения результатов. После проведения дополнительных

---

<sup>1</sup> Автор выражает признательность своему научному руководителю к.ф.-м.н. Козлову Д. Д. за помощь в подготовке тезисов.

<sup>2</sup> Англоязычный набор данных, подготовленный в рамках проекта Coqa.

<sup>3</sup> Русскоязычный набор данных, построенный из материалов отечественных конференций и сборников разных лет: РОМИП, Диалог, Интернет-Математика, публикации с сайта graphics.cs.msu.su.

экспериментов планируется встраивание системы извлечения метаинформации в разрабатываемую электронную библиотеку.

### Литература

1. Computer and Information Science Papers CiteSeer Publications ResearchIndex. [HTML] (<http://citeseer.ist.psu.edu/>)
2. Learning Hidden Markov Model Structure for Information Extraction. Kristie Seymore, Andrew McCallum, Roni Rosenfeld. AAAI'99 Workshop on Machine Learning for Information Extraction
3. Conditional Random Fields: Probabilistic Models for Segmenting and Labeling Sequence Data. John Lafferty, Andrew McCallum and Fernando Pereira. ICML-2001.
4. Козлов Д., Самусев С., Шамина О. Создание электронной библиотеки русскоязычных научных статей. // Сборник работ стипендиатов гранта "Интернет-информатика 2007", Екатеринбург, Изд-во Уральского университета, 2007, С. 37-45.

### Интеллектуальная система кластерного анализа электронных текстовых ресурсов

*Седова Яна Анатольевна*

*студентка*

*Астраханский государственный технический университет, Астрахань, Россия*

*e-mail: yanasedova@rambler.ru*

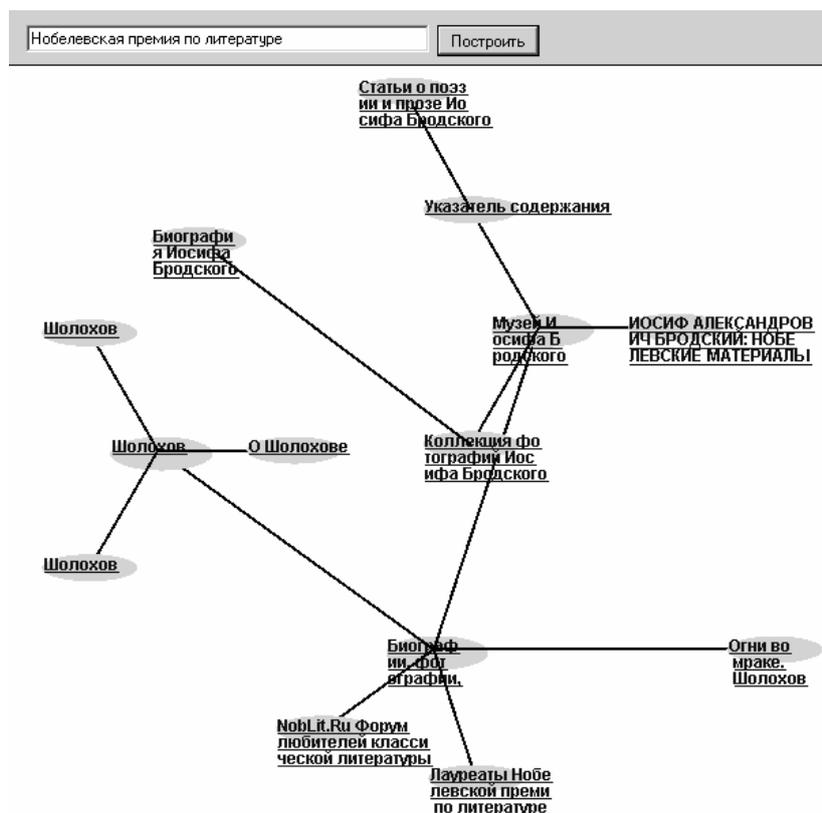
Широкое распространение сети Интернет увеличило актуальность задач информационного поиска. Для повышения качества поиска часто применяется кластеризация. Рядом исследователей был предложен фрактальный подход для исследования кластерных систем, в частности, для исследования множества кластеров статей, имеющих общие цитированные статьи [1].

Цель данной работы заключается в построении информационно-поисковой системы, использующей фрактальный подход при кластеризации результатов запроса, введенного пользователем на естественном языке.

Предлагаемое программное решение включает две составные части: поисковый робот и клиент. Функции поискового робота заключаются в получении и индексации новых документов. Робот включает в себя две подсистемы. Рекурсивный «паук» (search spider) обходит заданные на предыдущем этапе страницы и сохраняет их текстовые копии в базе данных. Индексатор (index robot) строит поисковый индекс и сохраняет его в базе. Индекс также состоит из двух частей: прямой индекс содержит номер документа, список всех слов, которые в нем встречаются, и частоту вхождений каждого слова. Обратный индекс содержит номер слова и список всех документов, в которых оно встречается.

Подсистема-клиент позволяет пользователю ввести запрос на естественном языке и получить визуализацию результатов выполнения запроса. В функции клиента входит также анализ и кластеризация результатов поиска для повышения их релевантности.

На рисунке показан фрагмент окна программы при поиске по запросу «Нобелевская премия по литературе». Результаты позволяют наглядно продемонстрировать факт, на



который было указано в работе [1], – самоподобие (scaling) тематических информационных массивов (это, как известно, одно из основных свойств фракталов). Фрактальный подход может быть применен, например, для определения рейтинга заданного понятия в задаче определения добросовестности поставщиков на основе анализа информации о нем, содержащейся в Интернете. Программный продукт был разработан в среде программирования Microsoft Visual Studio 2005 на языке C#. Система может применяться для анализа как автономной,

так и сетевой коллекции документов.

### Литература

1. Van Raan A.F.J. Fractal geometry of Information Space as Represented by Cocitation Clustering // Scientometrics. –1991. – Vol. 20, № 3. – P. 439–449.

#### Автоматический поиск научных статей в Интернет

**Шамина Ольга Игоревна, Козлов Дмитрий Дмитриевич**

студент, м.н.с. к.ф.-м.н.

Московский Государственный Университет имени М.В.Ломоносова,  
факультет Вычислительной Математики и Кибернетики, Москва, Россия

e-mail: oishamina@gmail.com, ddk@cs.msu.su

С каждым днем увеличивается количество авторов, журналов, учебных заведений и архивов, которые позволяют любому человеку получить доступ к их научным статьям через Интернет. Для того чтобы было легче ориентироваться среди этой рассредоточенной информации, создаются электронные библиотеки научных статей. Важным вопросом эксплуатации такой библиотеки является её пополнение новыми статьями. Автоматический поиск научных статей в сети Интернет – это один из способов, решающих проблему пополнения библиотеки.

Большинство существующих методов автоматического поиска статей сводится к тому, чтобы находить домашние страницы ученых и извлекать из них ссылки на публикации. Для англоязычных статей такой подход довольно эффективен. Однако его применение для поиска русскоязычных статей наталкивается на различные ограничения, связанные с особенностями Рунет. Например, в России не так сильно распространено ведение домашних страничек с публикациями.

Одним из частных случаев задачи автоматического поиска научных статей является поиск в Интернет статьи по заданной метаинформации (названию и авторам). Для решения этой задачи был предложен метод, на первом этапе которого производится попытка найти статью с помощью системы поиска по ключевым словам. Из всех кандидатов на искомую статью, выданных системой, извлекается метаинформация с помощью метода классификации опорных векторов (SVM). Извлеченная метаинформация сравнивается с заданной и производится оценка схожести документа на научную статью. На основании полученных результатов делается вывод, найдена ли искомая статья. Если статья не найдена, начинается второй этап поиска – поиск с помощью тематического поискового робота. Робот ищет HTML-страницы, которые могут содержать ссылку на искомую статью. На этих страницах производится поиск подходящих ссылок. Далее документы, найденные по ссылкам-кандидатам, проходят проверку того, не найдена ли искомая статья.

Было проведено экспериментальное исследование, целью которого было выяснить, насколько точно и полно с помощью реализованного метода решается поставленная задача, и сравнить результаты работы метода с результатами работы Google Scholar. Набор данных, на котором проводилось исследование, представляет собой список публикаций сотрудников факультета ВМиК за 2004-2006 года. Исследование показало, что метод успешно решает поставленную задачу, а на некоторых статьях даже превосходит Google Scholar.

В дальнейшем планируется реализация еще нескольких частных случаев задачи автоматического поиска научных статей. А также предполагается расширение задачи – поиск дополнительно адресов электронной почты и фотографий авторов, чтобы библиотеку можно было рассматривать как каталог информации об ученых.

#### Литература

1. Zhuang Z., Wagle R., Giles C.L. (2005) What's There and What's Not? Focused Crawling for Missing Documents in Digital Libraries // JCDL 2005.
2. On B., Lee D. (2004) PaSE: Locating Online Copy of Scientific Documents Effectively // In Proceedings ICADL-7, pp. 408-418.
3. Lawrence S., Bollacker K., Giles C.L. (1999) Indexing and retrieval of scientific literature, Proceedings of the eighth international conference on Information and knowledge management, p.139-146.