

СЕКЦИЯ «ФИЗИКА»
ПОДСЕКЦИЯ «ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ ФИЗИКА»

The description of a flow back effect in a screw conveyor from the kinetic theory standpoint.

Zolotarev Pavel Sergeevich

post-degree

Ulyanovsk State Agricultural Academy, Ulyanovsk, Russia

E-mail: zolotarev.pavel@mail.ru

A screw conveyor has wide-spread applications in industry for transportation free flowing bulk and granular solids. The theoretical accompanies of this device represents one of the most important and yet unsolved problem of the modern physics. During the convey action granular materials undergoes the flow back effect [1]. If particles were found in some regions in the casing, they were 'captured' by 'holes' and will 'radiate' in the tube or in the feed intake.

In conjunction with this fact we solve the problem from the kinetic theory standpoint [2]. Let $f(r, p, t)$ be the number of particles in the interval of the phase space $d\Gamma$. This function obeys the equation

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \dot{r} \frac{\partial f}{\partial r} + \dot{p} \frac{\partial f}{\partial p} = C[f] + \alpha(r, p, t) - |v| \int \beta(\Gamma, \Gamma') f(\Gamma') d\Gamma',$$

where $C[f]$ stands for collisions between particles, $\alpha(r, p, t)$ stands for the rate of emission of particles in the phase volume, and $\beta(\Gamma, \Gamma')$ describes the scattering on 'holes'. For the sake of convenience we also distinguished the multiplier $|v| = p/m$. If we consider the case when the source $\alpha(r, p, t)$ produces the actual distribution of particles in the tube, we find solution of (1) in the form

If we consider the case when the source $\alpha(r, p, t)$ produces the actual distribution of particles in the tube, we find solution of (1) in the form

$$f = e^{-\tau} \tilde{f},$$

where \tilde{f} obey the standard kinetic equation with 'holes' terms omitted ($\beta = 0$) $\frac{d\tilde{f}}{dt} = \alpha(t)$, the value τ

$$\tau(t) = \int_0^l \beta_1(r(s)) ds,$$

is the decrease coefficient describing the damping along the tube with the coordinate l . this components express the capture and the radiation of particles by 'holes'. In the case when the distribution of 'holes' takes the structure $\overline{F}(R_{\pm}, a, U) = g(a) F(R_{\pm}, U)$, the value $\beta_1(r)$ connects with the density of 'holes' as

$$\beta_1(r) = \pi a^2 n(r),$$

where $\bar{a}^2 = \int a^2 g(a) da$ and $n(r) = n_+(r) + n_-(r)$ is the total density of 'holes'
 $n_{\pm}(r) = \sum_n \delta(\bar{R}_{\pm}^n - \bar{r})$.

Basing on experimental data me may amuse that function $n(r)$ has decreasing form and e.g., if it is a linear law than the decrease coefficient and hence damping is determined merely as a square of ℓ , where ℓ is the coordinate along the tube.

Bibliography

1. Rademacher F.J.C. On possible flow back in vertical screw conveyors for cohesionless granular materials // Journal of Agricultural Engineering Research. 1981. V.26. I. 3, p. 225-250.
2. Kirillov A.A., Savelova E.P., Zolotarev P.S. Propagation of cosmic rays in the foam-like Universe // Physics Letters B. 2008. V. 663, p. 372-376.

Термодинамика космологических моделей с переменным уравнением состояния вещества

Абязов Р.Р.

студент

Ульяновский государственный университет, Ульяновск, Россия

E-mail: renren2007@yandex.ru

В работе [1] была предложена двухкомпонентная космологическая модель с пространственно-плоской метрикой Фридмана-Робертсона-Уокера (ФРУ) и материей в виде скалярного поля и идеальной жидкости с переменным уравнением состояния вещества общего вида $p = \gamma(t)\varepsilon$ (p - давление, ε - плотность энергии жидкости). Основная идея работы состояла в получении такого сценария развития Вселенной, начиная со стадии инфляции, в котором обычная материя возникала бы в результате эволюции из скалярного поля и квазивакуума, первоначально заполняющих её. Переход части материи в обычную форму из полевого состояния осуществлялся в работе в условиях теплового равновесия двух форм материи. Это условие позволило найти в явном виде уравнение для параметра $\gamma(t)$ из требования равенства температур, соответствующих полевой и материальной компонентам. Был проведен анализ динамики целого класса таких моделей, выделенных общим условием на характер эволюции плотности полной энергии $W(\varphi)$ скалярного поля φ вида:

$$\dot{W} = -kW^\alpha,$$

где k и α - постоянные. Во всех таких моделях с $1 < \alpha \leq 3/2$ полная энергия поля убывает со временем, а потенциал самодействия поля имеет вид $V(\varphi) = A\varphi^M - B\varphi^N$. Момент времени $t = 0$ в этих моделях соответствует космологической сингулярности. Как было показано, во всех таких моделях параметр $\gamma(t)$ эволюционирует так, что

$$\lim_{t \rightarrow 0} \gamma = -1, \quad \lim_{t \rightarrow \infty} \gamma = -1. \quad \text{Это означает что всегда независимо от начальных условий}$$

Вселенная рано или поздно выходит на ускоренное расширение, а материя приобретает свойства квазивакуума. Кроме того, в этих моделях есть обязательно эпоха, в которой превалирует вещество с параметром $\gamma \geq 0$. Важность этого вывода состоит с одной стороны в том что именно такая ситуация соответствует современным представлениям о характере эволюции Вселенной вплоть до настоящего времени, а с другой, содержит минимум материальных и математических ингредиентов для своего обоснования. Это делает класс таких моделей достаточно перспективным для создания моделей, включающих и эволюцию возмущений плотности. Модели с изменяющимся уравнением состояния материи в настоящее время представляются наиболее адекватными для

сопоставления с экспериментальными данными. В целом ряде работ производится анализ способов проверки таких моделей по экспериментальным данным и собственно сами проверки (см., например, [2,3]).

В настоящей работе проводится анализ для случая $\alpha = 1$ в рамках условия (1), который не был рассмотрен в [1]. Кроме этого даются точные решения для всех параметров модели с $1 < \alpha \leq 3/2$, для которых в [1] были приведены лишь численные решения. В работе также рассматриваются некоторые важные термодинамические характеристики модели, позволяющие в дальнейшем связывать модель с экспериментальными данными.

Литература

- [1] Журавлев В.М. (2001) Двухкомпонентные космологические модели с переменным уравнением состояния вещества и тепловым равновесием компонент // ЖЭТФ, том 120, вып. 5(11).
 [2] Sahni, V. (2004) Dark Matter and Dark Energy // arXiv:astro-ph/0403324v3.
 [3] Sahni, V., Saini, T.D., Starobinsky, A.A., Alam, U. (2003) Statefinder-a new geometrical diagnostic of dark energy // arXiv:astro-ph/0201498.

Диаграммы направленности переизлучения ультракороткого импульса электромагнитного поля водородоподобного атома.

Абикулова Н.В.

Аспирант

Поморский Государственный Университет им. М. В. Ломоносова,

Физический факультет, Архангельск, Россия

E-mail: natalya_abikulov@mail.ru

Действие ультракороткого импульса электромагнитного поля на атом приводит к встряхиванию последнего и обуславливает различные электронные переходы внутри атома. Эти процессы сопровождаются переизлучением налетающего ультракороткого импульса. Исследовалась связь между спектром переизлученных фотонов ультракороткого импульса и переходом атомных электронов в конкретные состояния.

Парциальные спектры переизлучения, т.е. спектры излучения фотона с одновременным переходом атома водорода из состояния φ_0 в состояние φ_n , описываются формулой [1],[2]:

$$\frac{d^2 W_{0n}}{d\Omega_k d\omega} = \frac{1}{(2\pi)^2 c^3 \omega} \left| \langle \varphi_n | e^{-i\mathbf{k}\mathbf{r}} \left[\frac{\partial \tilde{V}(\omega)}{\partial \mathbf{r}} \times \mathbf{n} \right] e^{-i \int_{-\infty}^{\infty} V(t') dt'} | \varphi_0 \rangle \right|^2,$$

где W_{0n} – вероятность излучения фотона частотой ω и волновым вектором \mathbf{k} при переходе атома в возбужденное состояние φ_n , $\tilde{V}(\omega)$ – Фурье-образ функции $V(t)$, описывающей потенциал взаимодействия электрона с электромагнитным полем, $d\Omega_k$ – элементарный телесный угол, построенный в направлении \mathbf{n} вылета переизлученного фотона, \mathbf{r} – радиус-вектор атомного электрона.

Диаграмма направленности парциального спектра переизлучения запишется в виде:

$$\frac{d^2 W_{nm}}{d\Omega_k d\omega} = \frac{1}{(2\pi)^2 c^3 \omega} |f_0(\omega)|^2 E_0^2 \{ F_{nm}^2(q) (1 - \sin^2 \theta \cos^2 \phi) + 2 \frac{\omega}{c} F'_{nm}(q) F_{nm}(q) A(\theta, \phi) \sin \theta \cos \theta \cos \phi + \left(\frac{\omega}{c} F'_{nm}(q) A(\theta, \phi) \cos \theta \right)^2 \},$$

В последнем соотношении $f_0(\omega)$ – функция, возникающая вследствие гауссовой формы налетающего импульса, E_0 – амплитуда напряженности поля в ультракоротком электромагнитном импульсе, ω_0 – средняя частота налетающего ультракороткого

импульса, \mathbf{k}_0 – его волновой вектор, θ, ϕ – сферические углы вылета переизлученного атомом фотона, $A(\theta, \phi)$ – функция зависящая от направления вылета переизлученных фотонов относительно направления падающего на атом ультракороткого импульса, $F'_m(q)$ – производная формфактора [3] по импульсу q электромагнитного поля. При этом стоит отметить, что формфактор $F_m(q)$ также будет зависеть от углов вылета переизлученных фотонов.

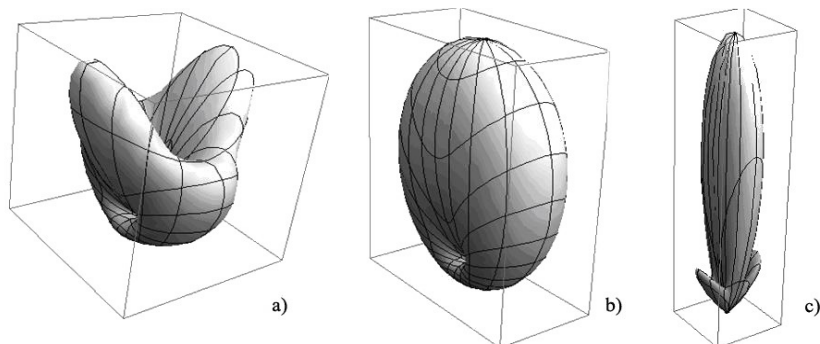


Рис.1. 3D-диаграмма направленности переизлучения соответствует переходу атома: а) – 1s-2p, сумма по всем проекциям орбитального момента, б) – упругому рассеянию атома 1s-1s, с) – 2s-2s.

Полученные парциальные спектры [4] переизлучения могут позволить связать диаграммы направленности с вероятностью возбуждения атомов в различные состояния. Анализ расчетных данных и полученных графиков по диаграммам направленности (рис. 1,2) и парциальным спектрам и сравнением с полными спектрами переизлучения позволил сделать следующие выводы.

По диаграмме направленности переизлучения можно точно определить состояние атома после взаимодействия с ультракороткими импульсами и предсказать спектр излучения атома при релаксации в основное состояние. Зависимость парциального спектра от частоты падающего ультракороткого импульса позволяет определить по спектру характеристики падающего на атом ультракороткого импульса электромагнитного поля. С ростом частоты падающего ультракороткого импульса существенно возрастает вероятность переизлучения при неупругих процессах внутри атома.

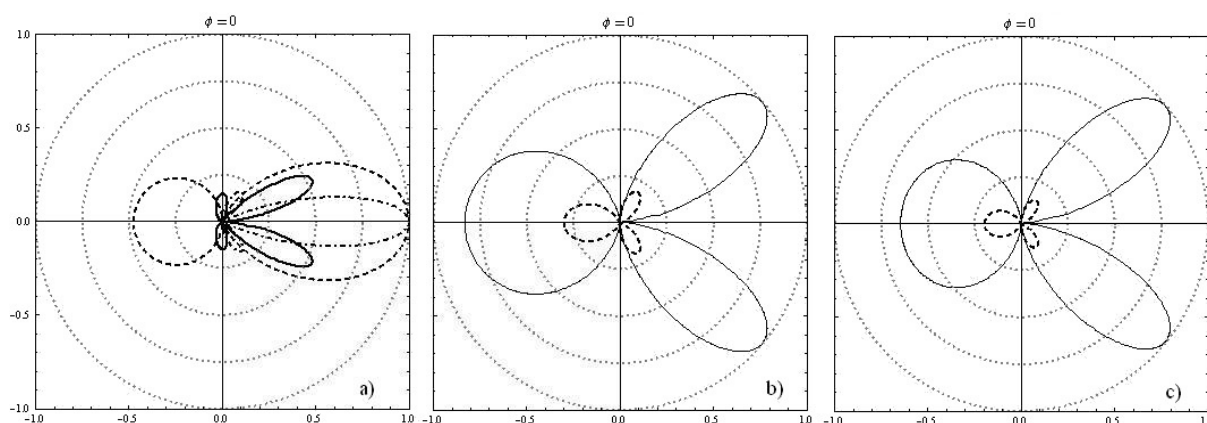


Рис. 2. Диаграмма направленности переизлучения ультракороткого импульса электромагнитного поля водородоподобного атома. а) пунктирная линия соответствует переизлучению без изменения состояния атома 1s-1s, штрихпунктирная – 2s-2s, сплошная – одновременному с переизлучением переходу атома 2s-2p, просуммированное по всем проекциям орбитального момента; б) пунктирная линия соответствует одновременному с переизлучением переходу атома из основного в возбужденное состояние 2s, сплошная – во все состояния 2p; с) пунктирная линия соответствует одновременному с переизлучением переходу атома из основного в возбужденное состояние 3s, сплошная – в состояния 3p, просуммированные по всем проекциям орбитального момента. Частота $\omega_0 = 62.5$ ат.ед.

$$H_{кв} \ll \frac{m_e^2 c^3}{\hbar |q_e|} \approx 4 \cdot 10^{13} \text{ э}$$

Если учесть и квантование уровней электрона в малых областях, то законы классической электродинамики можно применять в областях $\ell \gg a_B > \lambda_k$ и в полях

$$H \ll \frac{m_e^2 c^3}{\hbar |q_e|}. \text{ Здесь } a_B = \hbar^2 / m_e q_e^2 = 0,528 \cdot 10^{-8} - \text{ радиус первой боровской орбиты, } \lambda_k -$$

комптоновская длина волны электрона.

Литература:

Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Механика. Электродинамика. изд.Наука, Москва, 1969.

Квантовая запутанность в многоспиновой системе

Арифиллин М.Р.¹

Студент 5 курса

Оренбургский государственный университет, Оренбург, Россия

E-mail: lanmars@rambler.ru

Доказано, что неразличимость частиц и принцип Паули является причинной запутанности спиновых состояний многоэлектронных систем и спиновых кубитов на их основе. Из антисимметрии полной волновой функции после редукции по пространственным переменным однозначно и строго следует, что спиновые состояния 4-х фермионной системы должны описываться матрицей плотности ρ , которую удобно представить в виде суммы неортогональных операторов проектирования

$$\rho = \frac{1}{3} \{ |S_{12}S_{34}\rangle \langle S_{12}S_{34}| + |S_{13}S_{24}\rangle \langle S_{13}S_{24}| + |S_{14}S_{23}\rangle \langle S_{14}S_{23}| \}$$

где $|S_{ij}\rangle = 2^{-1/2} |\alpha_i \beta_j - \beta_i \alpha_j\rangle$. Такое представление делает очевидным ее симметрию относительно любых спиновых перестановок. В ортогональном базисе матрица плотности пропорциональна единичной матрице размером 2×2 . Матрица плотности 2-х спиновой системы получается дальнейшей редукцией по спиновым переменным «лишних» фермионов имеет вид

$$\rho_{12} = \frac{1}{6} (3 |S_{12}\rangle \langle S_{12}| + |T_0\rangle \langle T_0| + |T_-\rangle \langle T_-| + |T_+\rangle \langle T_+|)$$

Рассмотрен случай, когда один из фермионов вылетает из системы и при этом вращается на некоторый угол и возвращается в систему. В этом случае оператор матрицы плотности 2-х спиновой системы, полученная редукцией по спиновым переменным «лишних» фермионов имеет вид

$$\rho_{12}(t) = \frac{1}{6} \left((2 \cos^2 \varphi + 1) |S_{34}\rangle \langle S_{34}| + (2 \sin^2 \varphi + 1) |T_{34}^0\rangle \langle T_{34}^0| + |T_{34}^-\rangle \langle T_{34}^-| + |T_{34}^+\rangle \langle T_{34}^+| + \right. \\ \left. + 2i \cdot \cos \varphi \cdot \sin \varphi (|T_{34}^0\rangle \langle S_{34}| - |S_{34}\rangle \langle T_{34}^0|) \right)$$

Исследована запутанность таких 2-х спиновых состояний, изначально обусловленных принципом Паули. Воспользовавшись формулой для энтропий в квантовых системах, найдена энтропия запутанности в смешанной системе для двух частиц [1]. Показаны отличия от запутанности в других спиновых системах [2],[3].

¹ Автор выражает признательность профессору, д.ф.-м.н. Бердинскому В.Л. за помощь в подготовке тезисов.

Литература

1. Wootters K. Entanglement of Formation of an Arbitrary State of Two Qubits // Phys. Rev. Let. – 1998. – V. 80, N. 10. – P. 2245-2248.
2. Peter Levay, Szilvia Nagy, Janos Pipek. Elementary formula for entanglement entropies of fermionic systems // Phys. Rev. A. – 2005. – V. 72, N. 022302. – P. 1 - 8
3. Валиев К.А. Квантовые компьютеры и квантовые вычисления // УФН. – 2005. – Т. 175, вып. 1. – С. 3 - 39

Непертурбативная модель для инвариантного заряда квантовой хромодинамики**Белякова Ю.О.**

Студентка 4 курса

*Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова,
физический факультет, Москва, Россия*

Сильное взаимодействие обладает двумя характерными особенностями: асимптотической свободой и конфайнментом цвета. Явление асимптотической свободы, заключающееся в уменьшении интенсивности взаимодействия между цветными объектами при увеличении характерной энергии процесса, может быть описано с привлечением методов теории возмущений. Однако, адронная динамика при малых энергиях, и, в частности, конфайнмент кварков, будучи существенно непертурбативным явлением, не может быть описана в рамках теории возмущений.

Одним из способов количественного описания кваркового конфайнмента является модель одноглюонного обмена [1, 2]. В рамках этой модели статический потенциал кварк-антикваркового взаимодействия $V(r)$ определяется как трехмерное Фурье-преобразование

$$V(r) = -\frac{16\pi}{3} \int_0^\infty \frac{\alpha_{\text{eff}}(\vec{Q}^2)}{\vec{Q}^2} \frac{\exp(i\vec{Q}\vec{r})}{(2\pi)^3} d\vec{Q}, \quad (1)$$

где $\alpha_{\text{eff}}(Q^2)$ обозначает эффективную бегущую константу связи сильного взаимодействия, которая удовлетворяет как условию асимптотической свободы ($\alpha_{\text{eff}}(Q^2) \rightarrow 4\pi/[\beta_0 \ln(Q^2/\Lambda^2)]$ при $Q^2 \rightarrow \infty$), так и условию линейного конфайнмента [1,2] ($\alpha_{\text{eff}}(Q^2) \rightarrow \Lambda^2/Q^2$ при $Q^2 \rightarrow 0$). Здесь $\beta_0 = 11 - 2n_f/3$, n_f - число активных кварков, Λ - масштабный параметр квантовой хромодинамики. В свою очередь, β -функция $\beta(\alpha) = d \ln[\alpha(\mu^2)]/d \ln \mu^2$, соответствующая такой константе связи $\alpha_{\text{eff}}(Q^2)$, должна удовлетворять следующим условиям: $\beta_{\text{eff}}(a) \rightarrow -a$ при $a \rightarrow 0$ и $\beta_{\text{eff}}(a) \rightarrow -1$ при $a \rightarrow \infty$, где $a(\mu^2) = \alpha(\mu^2)\beta_0/(4\pi)$.

Одной из возможных моделей для эффективной β -функции, удовлетворяющей вышеупомянутым условиям, является $\beta_{\text{eff}}(a) = -a/(1+a)$. Эффективная бегущая константа связи, соответствующая этой β -функции, может быть выражена в явном виде в терминах так называемой W -функции Ламберта [3]:

$$\alpha_{\text{eff}}(Q^2) = \frac{4\pi}{\beta_0} \frac{1}{W_0(Q^2/\Lambda^2)}. \quad (2)$$

Как можно показать, полученная константа связи удовлетворяет вышеупомянутым требованиям, накладываемым на $\alpha_{\text{eff}}(Q^2)$ в рамках модели одноглюонного обмена.

В качестве дальнейшего развития полученных результатов планируется детально изучить свойства бегущей константы связи (2) и построить потенциал кварк-антикваркового взаимодействия (1), соответствующий $\alpha_{\text{eff}}(Q^2)$ (2).

Автор выражает благодарность к.ф.-м.н. Нестеренко А.В. за постановку задачи и научное руководство.

Литература

1. J.L. Richardson, Phys. Lett. B **82**, 272 (1979).
2. W. Lucha, F.F. Schoberl, D. Gromes, Phys. Rep. **200**, 127 (1991).
3. R.M. Corless, *et al.*, Adv. Comput. Math. **5**, 329 (1996).

Порядок в математике, процесс в физике.

Бешенков А.С.

Студент пятого курса физического факультета

Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова, Москва, Россия

E-mail: abeshenkov@gmail.com

Стремление математики описывать любой возможный объект бесспорно, об этом говорил еще Кантор. Созданная им теория множеств проста в понимании и ее мировоззренческие идеи легко переносимы на физические модели. Однако, несмотря на многочисленные успехи, теория множеств статична и не может в полной мере описывать процессы. Это с одной стороны, с другой стороны, возникают различные парадоксы (Рассела, Бурали - Форти и др.), которые так и не получили полного осмысления.

Как следствие желания рассматривать наравне с множеством процесс как фундаментальный объект исследования было введено понятие порядка следования элемента. Способом их описания являются количественные и порядковые числа. Именно с такой точки зрения рассматривалась классическая диагональная процедура и процесс сравнения множеств.

Такой подход разделит все возможные процессы на два типа: локальные и глобальные. Первые характеризуются тем, что в них формирование множества идет пошагово, а значит однонаправлено. Такие процессы описываются целыми порядковыми числами. Глобальные же характеризуются тем, что они описываются любыми порядковыми числами и формируют множество разнонаправлено и случайным образом, зависящим от свойств финального множества.

Применение этих идей к физике дает возможность отказаться от понятия точки отсчета и поместить начало отсчета в бесконечность, ввести понятие масштаба процесса и прояснить причину возникновения так называемого «скейлинга». Также это позволяет полностью понять гистограммы С.Э.Шноля и качественно объяснить корреляцию изменений энтропии в экспериментах С.М. Кортаева, В.О Сердюка и Ю.В. Горохова.

Литература

- 1.Бешенков А.С. Теоретико-множественная модель взаимодействия поля с самим собой [Текст]/Бешенков А.С.//Вестник Тамбовского университета. Серия естественные и технические науки - Т.12. - Вып.5. -2007- стр.619-620.
- 2.Кантор Г. Труды по теории множеств [Текст]/М.: Наука -1985 – 429 с.
- 3.Мюллер Х. Скейлинг как фундаментальное свойство собственных колебаний и фрактальная структура пространства-времени [Текст]/Х.Мюллер/Основания физики и геометрии.- М.:РУДН -2008 - стр.189-209.
- 4.Шноль С.Э. Космофизическая природа «Идеи формы» гистограмм построенных по результатам измерений процессов разной природы. [Текст]/С.Э.Шноль/Метафизика век XXI. Т.2.-М:Бином. Лаборатория базовых знаний -2007-стр.284-316.
- 5.Кортаев С.М. Прогноз гелиогеофизических процессов на основе эффекта макроскопической нелокальности [Текст]/С.М. Кортаев, В.О Сердюка, Ю.В. Горохов / Метафизика век XXI. Т.2.-М:Бином. Лаборатория базовых знаний -2007-стр.327-341.

Кинетика диссипативного газа вязкоупругих частиц

Бодрова А.С.²

Аспирантка физического факультета

Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова, Москва, Россия

E-mail: bodrova@polly.phys.msu.ru

Гранулярный, или диссипативный, газ состоит из макроскопических частиц, соударяющихся между собой с потерей энергией. Потеря энергии характеризуется коэффициентом восстановления ε , равного отношению модулей относительных скоростей частиц после и до соударения соответственно. В литературе существуют несколько моделей коэффициента восстановления. Первая модель предполагает, что коэффициент восстановления не зависит от относительной скорости соударяющихся частиц. Это приводит к существенному упрощению вычислений, однако, не подтверждается экспериментально, а также путем теоретического анализа. Наиболее адекватной моделью для вычисления коэффициента восстановления является модель вязкоупругих частиц. В рамках данной модели ε имеет следующую зависимость от модуля нормальной компоненты относительной скорости частиц $|c_{12}^n|$.

$$\varepsilon = 1 + \sum_{i=1}^{\infty} h_i \delta^{i/2} (2u(t))^{i/20} |c_{12}^n|^{i/10}.$$

Здесь h_i – численные коэффициенты, δ – малый параметр, характеризующий величину диссипаций в системе, u – температура газа.

Вследствие потери энергии при соударениях температура газа постепенно уменьшается. Функция распределения частиц газа по скоростям может быть представлена в виде разложения по присоединенным полиномам Лагерра (здесь скорости частиц нормированы на некоторую характерную термическую скорость, которая уменьшается с течением времени вследствие диссипации):

$$\tilde{f}(\mathbf{c}, t) = A(t) \varphi(c) \left(1 + \sum a_p(t) S_p(c^2) \right).$$

Здесь $\varphi(c)$ – распределение Максвелла, $a_p(t)$ – коэффициенты, зависящие от времени, полностью определяющие поведение функции распределения частиц по скоростям.

Часть функции распределения, соответствующая большим скоростям, оказывается перенаселенной и описывается затухающей экспонентой:

$$\tilde{f}(\mathbf{c}, t) = B(t) \exp(-\psi(t)c)$$

В настоящей работе исследуется эволюция температуры и функции распределения частиц по скоростям в гранулярном газе, а также диффузия частиц. Температура спадает с течением времени по степенному закону $\sim t^{-5/3}$. Коэффициент диффузии гранулярных частиц, соударяющихся с потерей энергии, также уменьшается с течением времени по закону $\sim t^{-5/6}$. Если исходное распределение частиц по скоростям является максвелловским, то функция распределения частиц по скоростям эволюционирует таким образом, что ее отклонение от максвелловского распределения увеличивается, достигает максимума, а затем снова стремится к нулю.

¹ Автор выражает признательность д. ф.-м. н. Бриллиантову Н.В. за помощь в подготовке тезисов.

Регуляризация давления Казимира в двумерной модели скалярного поля
Воронина Ю.С.

аспирант

Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова, Москва, Россия

E-mail: voronina-yulya@yandex.ru

В настоящей работе рассматривается регуляризация давления Казимира в модели массивного скалярного поля в двумерной области с нулевыми граничными условиями. Следует отметить, что существует много различных методов регуляризации. Один из наиболее эффективных способов – регуляризация с помощью поверхностной функции Грина. Преимущество этого метода заключается в том, что функцию Грина, через которую определяется давление, можно искать различным образом, в том числе и с помощью приближенных методов. Следует также отметить, что в данной работе рассматривается давление, которое в отличие от энергии, определенной с точностью до аддитивной постоянной, является однозначной величиной.

Давление Казимира в некоторой точке $\vec{\xi}$ на границе C можно определить с помощью функции

$$p(\vec{x}, \vec{y}) = -\frac{1}{2\pi} \int_m^\infty \frac{\kappa}{\sqrt{\kappa^2 - m^2}} (\vec{n}, \nabla_{\vec{x}} S(\vec{x}, \vec{y})) d\kappa,$$

положив $\vec{x} = \vec{y} = \vec{\xi}$. Здесь $S(\vec{x}, \vec{y})$ – поверхностная функция Грина краевой задачи для уравнения $\Delta u(\vec{x}) - \kappa^2 u(\vec{x}) = 0$ с нулевыми граничными условиями.

Таким образом, задача о регуляризации давления сводится не только к выделению расходящейся части в интеграле по κ , но и к выделению регулярной части поверхностной функции Грина $S(\vec{x}, \vec{y})$. В случае нетривиальных границ C найти поверхностную функцию Грина точно не удастся, однако регулярную часть этой функции можно определить приближенно.

Поверхностная функция Грина представляется в виде суммы регулярной и сингулярной частей

$$S(\vec{x}, \vec{y}) = S^{(r)}(\vec{x}, \vec{y}) + S^{(s)}(\vec{x}, \vec{y}).$$

При этом разбиении сингулярная часть должна определяться только заданной на границе точкой $\vec{y} = \vec{\xi}$ и не зависеть от остальных точек области, а регулярная часть должна определяться всей остальной областью. Это разбиение является произвольным в указанном смысле, и неопределенность снимается после выбора точки нормировки для регуляризованного давления. Можно показать, что регулярная часть поверхностной функции Грина представима в виде суммы

$$S^{(r)}(\vec{x}, \vec{y}) = \sum_{m=1}^{\infty} \oint_C \dots \oint_C S^{(s)}(\vec{x}, \vec{z}_1) S^{(r)}(\vec{z}_1, \vec{z}_2) \cdot \dots \cdot S^{(r)}(\vec{z}_{m-1}, \vec{z}_m) S^{(r)}(\vec{z}_m, \vec{y}) dl_1 \dots dl_m.$$

Вычисляя первые несколько слагаемых этого ряда, можно получить регулярную часть поверхностной функции Грина в соответствующем порядке точности.

Предложенный метод был проверен на задаче в круге, для которой известен точный ответ.

Литература

1. Bordag M., Mohideen U., Mostepanenko V.M. (2001) New Developments in the Casimir Effect//Physics Reports, vol. 353, p. 1–205.
2. Воронина Ю.С., Силаев П.К. (2009) Связь давления и энергии Казимира в одномерных полевых моделях//Вестник Московского университета. Серия 3. Физика. Астрономия, №1.

Точное аксиально-симметричное решение нелинейной электродинамики

П.А. Вшивцева, В.А. Соколов

Ассистент, Аспирант физического факультета

Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова, Москва, Россия

E-mail: admin@tailnews.ru, sokolov.sev@inbox.ru

Поиск новых точных решений нелинейных уравнений теории поля на сегодняшний день представляет существенный интерес. В частности, это связано с не возможностью применения приближенных методов для решения таких уравнений, в том случае, если задача не имеет малого параметра, по которому может быть выполнено разложение в ряд теории возмущений. Однако поиск точных решений значительно осложняется из-за отсутствия общих методов интегрирования нелинейных уравнений, и поэтому получение новых решений, как правило, носит эвристический характер. В данном сообщении представлено новое, точное, аксиально-симметричное решение уравнений нелинейной электродинамики Борна-Инфельда [1], полученное методом спиновых коэффициентов.

Метод спиновых коэффициентов (формализм Ньюмена-Пенроуза) развитый для интегрирования уравнений теории гравитации, является мощным инструментом поиска точных решений нелинейных уравнений. Следует отметить, что использование именно этого метода позволило получить большинство точных решений в теории гравитации,

в частности, метрики Керра-Ньюмена-Уитни-Тамбурино, С-метрики Элерса-Кундта и другие [2]. Для получения точного решения нами был использован формализм Ньюмена-Пенроуза адаптированный к уравнениям нелинейной электродинамики в работе [3]. Поиск нового статического решения выполнялся на фоне плоского пространства-времени с распределенным электрическим зарядом. При этом предполагалось, что отличны от нуля только следующие компоненты векторов электромагнитного поля $\mathbf{E} = E(r, \theta)\mathbf{e}_r$ и $\mathbf{B} = B(r, \theta)\mathbf{e}_\theta$. В результате интегрирования уравнений нелинейной электродинамики Борна-Инфельда были получены следующие выражения для векторов электромагнитного поля:

$$\mathbf{E} = \frac{Q\mathbf{e}_r}{\sqrt{r^4 + a^2Q^2 - a^2p^2r^2}}, \quad \mathbf{B} = \frac{pr\mathbf{e}_\theta}{\sqrt{r^4 + a^2Q^2 - a^2p^2r^2}},$$

где $a^2 \geq 1.2 \cdot 10^{-32} \text{ Гс}^{-2}$ - параметр нелинейной электродинамики Борна-Инфельда, p - параметр решения, а Q - суммарный заряд, содержащийся внутри сферы радиуса r . В сообщении также исследуются сингулярности полученных решений и собственная энергия электромагнитного поля.

Литература

1. Born M., Infeld L. //Proc.Roy.Soc. 1934. А 143. P. 425.
2. Алексеев Г. А., Хлебников В. И. //ЭЧАЯ. 1978. Т.9, вып. 5. С.790.
3. Вшивцева П. А., Зубрило А. А., Кривченков И. В., Соколов В. А. // Вестн. Моск. ун-та. Физ. Астрон. 2006. №5. С.6.

Аналитический метод расчета статического магнитного поля плоского проводника с прямоугольным дефектом

Герасименко Т.Н.
(студентка)

Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова,
физический факультет, Москва, Россия
E-mail: gerasimenko_tn@mail.ru

Важной задачей при диагностике печатных плат является обнаружение различных дефектов проводников. Одним из способов её решения является поиск дефекта по тем неоднородностям, которые он вносит в магнитное поле провода. В данной работе проводится исследование условий, при которых такая диагностика возможна, на примере дефекта прямоугольной формы, так как он содержит в себе все характерные особенности, присущие любой форме. Для исследования поля проводника необходимо рассчитать точное распределение токов, обусловленное дефектом. Для этого был разработан метод, позволяющий на основании преобразования Шварца-Кристоффеля получить аналитическое выражение, которое в неявном виде задаёт картину линий тока. Его главное преимущество, по сравнению с классическим методом конформных преобразований, заключается в том, что не требуется численный расчёт интегралов от комплексной переменной, что существенно упрощает задачу. Также был разработан способ оценки погрешности такого метода в зависимости от параметров провода и величины дефекта. Полученная картина линий тока для дефекта, высота и длина которого равны половине ширины проводника, представлена на рис. 1. Относительная погрешность метода для такого дефекта составляет порядка 2%. Рис. 2 иллюстрирует неоднородность, вносимую дефектом в поле проводника, сплошной линией приведено точное значение поля, пунктирной – поле эффективного диполя. Было обнаружено, что на расстояниях порядка размера дефекта от проводника, можно аппроксимировать неоднородность поля соответствующим эффективным диполем с точностью не менее 30%.

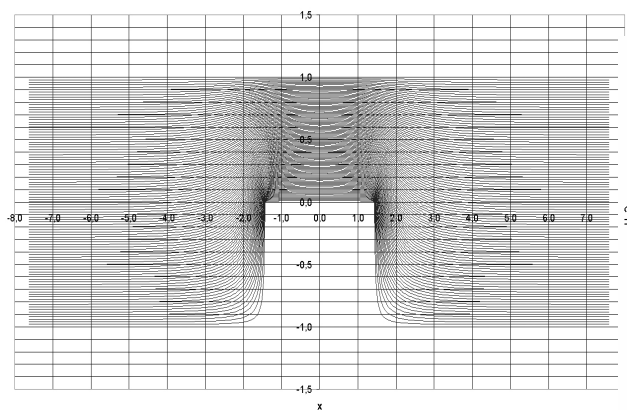


Рис. 1

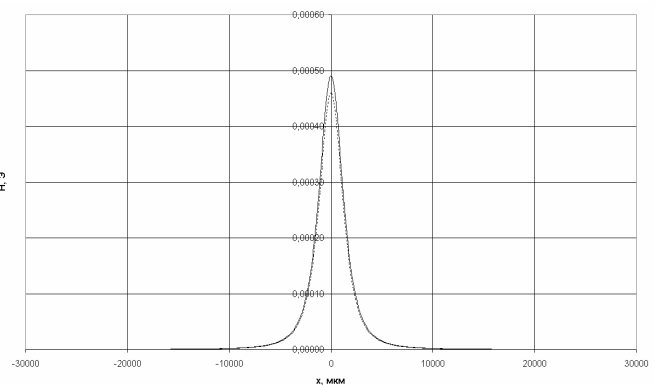


Рис. 2

В работе удалось найти распределение токов и детально проанализировать все особенности, магнитного поля, обусловленного локальной неоднородностью распределения токов вокруг дефекта.

Литература

1. В. Смайт. Электростатика и электродинамика. – М.: Издательство иностранной литературы, 1954.
2. М.А. Лаврентьев, Б.В. Шабат. Методы теории функций комплексного переменного. – М.: Наука, 1987.
3. Л.М. Милн-Томсон. Теоретическая гидродинамика. – М.: Мир, 1964.

Термы молекулярного иона A_2^{\square} в сферически-симметричной квантовой точке

Гришанова В.А. (соискатель)

Манухина М.А. (аспирант)

Калинина А.В. (аспирант)

Денисов А.В. (аспирант)³

Пензенский государственный университет, естественнонаучный факультет, г. Пенза, Россия

E-mail: physics@pnzgu.ru

В квантовых точках (КТ) из-за размерного ограничения по всем трём пространственным направлениям, условия образования акцепторных молекулярных состояний более благоприятны в сравнении со случаем двумерных структур, где для этого требуются достаточно высокие концентрации A^+ -центров. Энергетический спектр примесных молекул отличается от спектра изолированного A^+ -центра, что может приводить к целому ряду интересных особенностей в спектрах примесного поглощения света.

В данной работе проведён расчёт термов молекулярного иона A_2^{\square} в КТ, описываемой моделью «жесткой стенки». Двухцентровой потенциал моделировался суперпозицией потенциалов нулевого радиуса мощностью $\gamma_i = 2\pi\hbar^2 / (\alpha_i m_h^*)$, $i = 1, 2$

$$V_{\delta}(\mathbf{r}, \mathbf{R}_{a1}, \mathbf{R}_{a2}) \cong \sum_{i=1}^2 \gamma_i \delta(\mathbf{r} - \mathbf{R}_{ai}) [1 - \exp(-\alpha_i |\mathbf{r} - \mathbf{R}_{ai}|)], \quad \square \square$$

где $\mathbf{R}_{ai} = (r_{ai}, \theta_{ai}, \varphi_{ai})$ - координаты A^0 -центров; α_i - определяется энергией E_i дырочного локализованного состояния на этих же A^0 -центрах в объёмном полупроводнике; m_h^* - эффективная масса дырки.

В рамках модели потенциала нулевого радиуса получены дисперсионные уравнения для локализованной на A_2^0 -центре дырки, описывающие g- и u-термы, соответствующие симметричным и антисимметричным состояниям дырки. В случае, когда мощности потенциалов нулевого радиуса равны $\gamma_1 = \gamma_2$, дисперсионные уравнения для дырки, локализованной на A_2^0 -центре, можно записать в следующем виде

$$\eta_i R_a^* = \sum_{l=0}^{\infty} \left[\frac{\pi (-1)^l (1+2l) I_{-\frac{1}{2}+l}(\eta R_0^*) I_{\frac{1}{2}+l}^2(\eta R_a^*) (1 \pm P_l(\omega_{12}))}{2 I_{\frac{1}{2}+l}(\lambda R_0^*)} \right]_{\mp} \frac{ch(\lambda R_a^* \sqrt{2(1-\omega_{12})})}{\sqrt{2(1-\omega_{12})}}, \quad ($$

2)

где $\omega_{12} = \cos \theta_{a1} \cos \theta_{a2} \pm \sin \theta_{a1} \sin \theta_{a2} \cos(\varphi_{a1} - \varphi_{a2})$; $P_l(\theta)$ - полином Лежандра степени l ; $ch(x)$ - гиперболический косинус. Верхний знак соответствует g-терму, а

³ Авторы выражают признательность проф. В.Д. Кривичу и к. ф.-м. н. А.В. Левашову за помощь в подготовке тезисов

нижний – u-терму; $R_a \equiv R_{ai}$; $R_0^i = R_0/a_h$ – радиус КТ в единицах эффективного боровского радиуса a_h дырки; $\eta_i = \sqrt{E_i/E_h}$; E_h – эффективная боровская энергия дырки; $\eta = \sqrt{E_\lambda/E_h}$; $E_\lambda = -\frac{\hbar^2 \lambda^2}{2m^* R}$ – собственные значения оператора Гамильтона $\hat{H}_g = \hat{H} + V_g(r)$, R_a ; $I_{l, \frac{1}{2}}^{\pm}(x)$ – модифицированная функция Бесселя первого рода полуцелого порядка; $R_a^i = R_a/a_h$.

На рисунке представлены результаты численного анализа уравнений (2) при $\theta = \pi$ и $\theta = \pi/6$, которые показывают влияние расположения нейтральных акцепторов в КТ на характер расщепления g- и u-термов.

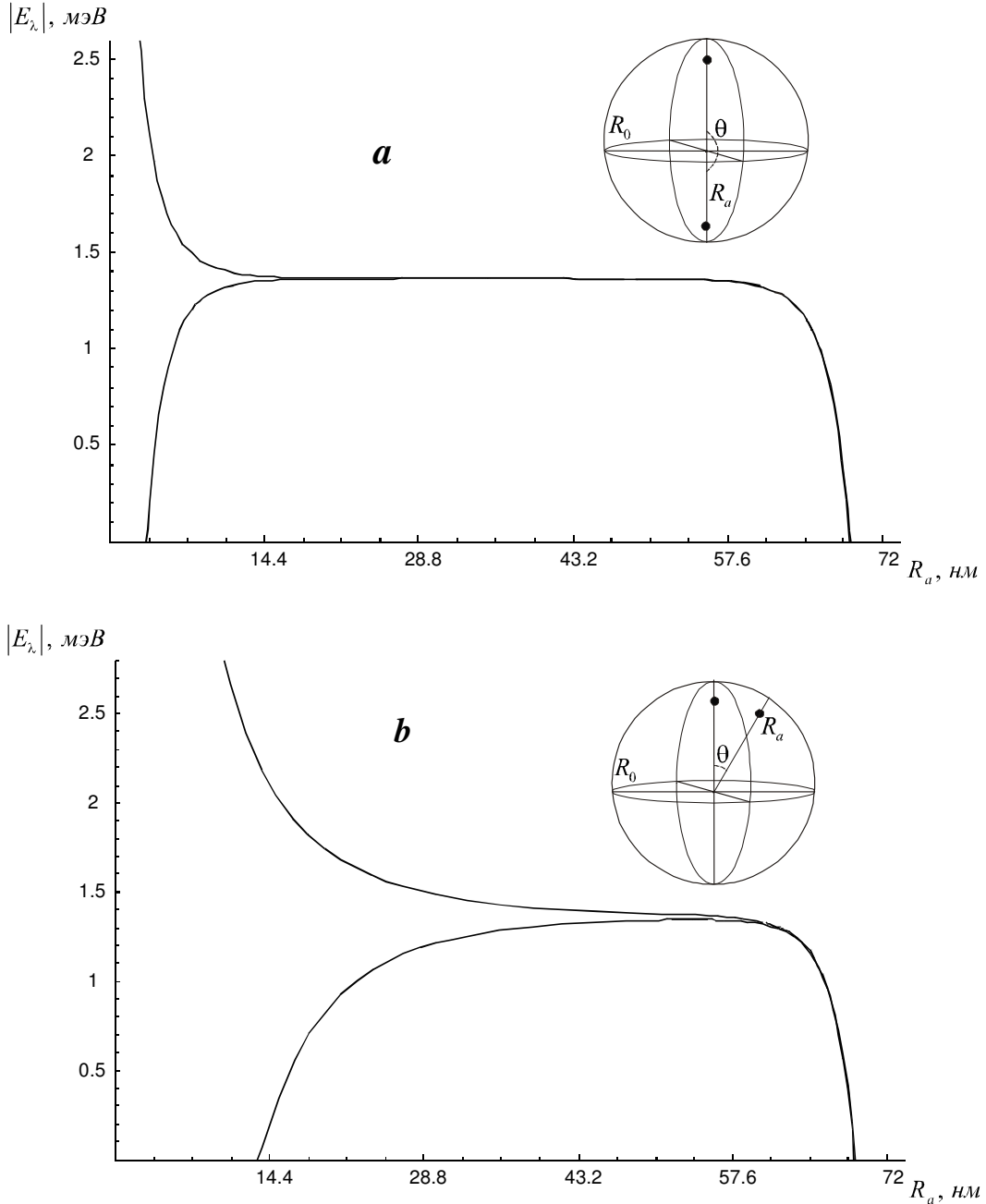


Рис. Зависимость положения термов в КТ InSb от угла θ между A^0 -центрами при $R_0 = 72$ нм, $|E_i| = 1$ мэВ: $a - \theta = \pi$; $b - \theta = \pi/6$

Из рисунка видно, что энергия связи g-терма увеличивается при взаимном сближении A^0 -центров (при уменьшении угла θ), а энергия связи u-терма уменьшается, что связано с ростом энергии обменного взаимодействия A^0 -центров. При уменьшении

угла θ точка вырождения g- и u-термов сдвигается к границе КТ, а величина расщепления для фиксированного значения R_a при этом возрастает (с 0,03 мэВ до 1,8 мэВ). Таким образом, величина расщепления g- и u-термов определяется взаимным расположением A^0 -центров в КТ и зависит только от азимутального угла, определяющего положение A^0 -центров в объеме КТ.

Дихроизм двухфотонного примесного поглощения в структурах с несферическими квантовыми точками⁴

Губина С.А.⁵

Аспирант естественнонаучного факультета

Пензенский государственный университет, г. Пенза, Россия

E-mail: physics@pnzgu.ru

Теоретически исследован дихроизм двухфотонного (ДФ) поглощения при фотоионизации $D^{(-)}$ -центров в структурах с квантовыми точками (КТ), имеющими форму эллипсоида вращения. Наличие примесных центров в КТ не только расширяет круг возможных механизмов ДФ примесного поглощения, но и, что наиболее важно, за счёт концентрации силы осциллятора в области энергетически наинизшего перехода, в случае, когда примесный уровень расположен между дном удерживающего потенциала и первым уровнем размерного квантования КТ, вызывает увеличение оптической нелинейности, причём величина ДФ поглощения в этом случае может значительно превышать аналогичную величину для объёмного полупроводника. В реальных структурах геометрическая форма отдельных КТ отклоняется от равновесной, что сказывается как на энергии связи носителя на примеси, так и на спектрах ДФ поглощения. С фундаментальной точки зрения исследования модификации спектров ДФ поглощения с изменением геометрической формы КТ позволяет расширить возможности ДФ спектроскопии для изучения зонной структуры КТ. Это актуально, поскольку наиболее важные для приборных применений характеристики полупроводникового материала оказываются кардинально зависящими от геометрического размера и формы КТ.

В рамках модели потенциала нулевого радиуса в приближении эффективной массы получено дисперсионное уравнение электрона, локализованного на D^0 -центре, для случая, когда примесный уровень расположен между дном удерживающего потенциала и уровнем энергии основного состояния КТ. Показано, что особенности таких квазистационарных $D^{(-)}$ -состояний в несферической КТ проявляются в том, что в условиях, когда примесный уровень в объёмном полупроводнике отсутствует, соответствующий примесный уровень в КТ ещё существует, а при переходе «объёмный полупроводник - несферическая КТ» виртуальные состояния трансформируются в локализованные $D^{(-)}$ -состояния, которые по мере роста мощности потенциала нулевого радиуса спадают по экспоненциальному закону.

Во втором порядке теории возмущений проведён расчёт спектров ДФ примесного поглощения в квазиульмерной структуре с КТ, имеющими форму эллипсоида вращения, с учётом дисперсии характерных размеров КТ. Рассмотрены случаи продольной и поперечной по отношению к вертикальной оси КТ поляризации света.

Показано, что в квазиульмерной структуре с КТ, имеющими форму эллипсоида вращения, имеет место дихроизм ДФ примесного поглощения, связанный с изменением правил отбора для магнитного квантового числа в радиальном направлении КТ.

⁴ Тезисы доклада основаны на материалах исследований, проведенных в рамках гранта Минобрнауки РФ по ФЦП «Развитие потенциала высшей школы» № 2.1.1/1647

⁵ Автор выражает признательность проф. В.Д. Кривичу за помощь в подготовке тезисов.

Фотодиэлектрический эффект, связанный с возбуждением примесных комплексов A^+e в структурах с квантовыми точками
Демешова Т.С.⁶

*Аспирант естественнонаучного факультета
 Пензенский государственный университет, г. Пенза, Россия
 E-mail: physics@pnzgu.ru*

Проанализирована возможность регистрации возбуждённых состояний примесных комплексов A^+e по их вкладу в диэлектрическую проницаемость полупроводниковой квазиульмерной структуры при внутризонном оптическом переходе электрона. Так как эффективный радиус возбуждённых состояний примесного комплекса A^+e в квантовой точке (КТ) превышает эффективный радиус основного состояния, то за счёт роста поляризуемости может иметь место заметное изменение диэлектрической проницаемости $\Delta\epsilon$ полупроводниковой квазиульмерной структуры (фотодиэлектрический эффект). Теоретический подход основан на исследовании влияния кулоновского взаимодействия на энергетический спектр дырки в комплексе A^+e в КТ, описываемой моделью «жёсткой стенки». В рамках модели потенциала нулевого радиуса в адиабатическом приближении получено дисперсионное уравнение дырки, локализованной на A^0 -центре

$$\eta_i = \sqrt{|E_n^{*(A^+e)}|} + \frac{2}{\sqrt{\gamma_n \pi}} \int_0^\infty dt e^{-\frac{\gamma_n t}{2} |E_n^{*(A^+e)}|} \left[\frac{1}{2t\sqrt{2t}} - \frac{\exp\left(-\frac{R_0^{*2} R_a^{*2}}{\gamma_n} th\left(\frac{t}{2}\right)\right)}{(1 - e^{-2t})^{3/2}} \right],$$

где $\eta_i = \sqrt{|E_i|/E_h}$; E_i – энергия связи A^+ -состояния в объёмном полупроводнике; E_h – эффективная боровская энергия дырки; $E_n^{*(A^+e)}$ – энергия связи дырки в комплексе A^+e в единицах E_h ; R_0^* и R_a^* – радиус КТ и координата A^+ -центра в КТ в единицах a_h соответственно; $\gamma_n = \sqrt{6R_0^* R_0^*}/(2\pi n)$; n – радиальное квантовое число электрона.

Найдено, что изменение квантового состояния электрона приводит к существенному росту энергии связи дырки, что связано с уменьшением энергии кулоновского взаимодействия между электроном и дыркой в комплексе A^+e . Показано, что при относительно небольших изменениях диэлектрической проницаемости ϵ ($\Delta\epsilon \ll 3\epsilon$) величину $\Delta\epsilon(\omega)$ можно представить в виде

$$\Delta\epsilon(\omega) = \frac{4\pi N_0 I_0}{\hbar \omega} \sum_n \int_0^{3/2} \sigma^{P, \{0, \pm 1\}}(\omega, \bar{R}_0 u) \tau_n^{P, \{0, \pm 1\}} \alpha_n^{P, \{0, \pm 1\}}(\bar{R}_0 u) P(u) du,$$

где N_0 – концентрация КТ в диэлектрической матрице; ω – частота падающего света; $\alpha_n^{P, \{0, \pm 1\}}$ – поляризуемость возбуждённых состояний электрона в КТ; $\tau_n^{P, \{0, \pm 1\}}$ – время жизни возбуждённых электронных состояний; $\sigma^{P, \{0, \pm 1\}}$ – парциальное сечение поглощения фотона КТ с комплексом A^+e ; I_0 – интенсивность излучения; $P(u)$ – функция, описывающая дисперсию $u = R_0/\bar{R}_0$ радиуса КТ; \bar{R}_0 – средний радиус КТ. Соответственно, верхний индекс отвечает линейной, а нижний – круговой поляризации света. Показано, что поляризуемость комплекса A^+e в дипольном приближении определяется средним радиусом КТ и энергией связи дырки, локализованной на A^0 -центре. Установлено, что дихроизм внутризонного поглощения связан с зависимостью энергии связи дырки в комплексе A^+e от магнитного квантового числа электрона. Найдено, что изменение

⁶ Автор выражает признательность проф. В.Д. Кривичку за помощь в подготовке тезисов

диэлектрической проницаемости квазиульмерной структуры наиболее существенно в случае круговой поляризации света.

Нелинейные уравнения, линеаризуемые с помощью обобщенных подстановок Коула-Хопфа. Ударные волны в сферически симметричных самогравитирующих системах

Зиновьев Д.А., Журавлев В.М.,*

**Аспирант*

Ульяновский государственный университет, Инженерно-физический факультет высоких технологий, Ульяновск, Россия

E-mail: zinovev_d@mail.ru

В работе рассмотрен новый метод построения нелинейных уравнений, которые линеаризуются с помощью подстановок, обобщающих подстановку Коула-Хопфа для уравнения Бюргерса. На основе предложенного подхода строится метод анализа общей структуры решений и вычисления точных решений в задачах о течениях сжимаемой жидкости. Приведено матричное обобщение данной модели течений. Проанализирована задача о динамике пылевидной материи нулевым давлением и газопылевой смеси. [1]

В работе [3], был предложен новый подход к линеаризации большого класса нелинейных уравнений на основе метода, использующего подстановки типа Коула-Хопфа. Этот подход опирается на результат, полученный ранее в работе [4], который “объясняет” с достаточно общих позиций смысл наличия подстановки Коула-Хопфа для уравнения Бюргерса. Основным смыслом этого результата состоит в том, что уравнение Бюргерса является условием совместности семи линейных алгебраических уравнений относительно первых семи смешанных частных производных функции $T(x,t)$, являющейся решением уравнения теплопроводности: $T_t = aT_{xx}$ и переноса изолиний: $T_t + V(x,t)T_x = 0$. ($T_t = \partial T/\partial t$, $T_{xx} = \partial^2 T/\partial x^2$ и т.д.) В данной работе мы показываем, что этот результат можно обобщить и применить к построению более широкого класса нелинейных уравнений, линеаризуемых с помощью подстановки: $V = -T_x/T_x$ типа Коула-Хопфа.

Развитый подход линеаризации нелинейных уравнений с помощью подстановок типа Коула-Хопфа-Урюкова в приложении к задачам одномерных течений сжимаемой жидкости, как показано в работе, дает общее представление о структуре решений этих уравнений. Важным результатом этого явилось, то что в работе найден аналог уравнения Бюргерса для сжимаемой вязкой жидкости и указан метод вычисления точных его решений. Предложенный подход может быть распространен на более широкий класс уравнений гидродинамического типа и применен в частности к задачам прикладной динамики газопылевых смесей [1].

Дальнейшим развитием предложенного в работе подхода явилось построение его матричных аналогов. В результате чего было рассмотрено расширение метода интегрирования нелинейных уравнений на случай размерности 1+2. Был проведен анализ общей структуры уравнений Эйлера двумерных течений сжимаемой жидкости. Создан метод построения новых точных решений двумерных течений сжимаемой и несжимаемой жидкости [2].

С помощью описанного выше метода, в работе проанализирована задача о сферически симметричных самогравитирующих системах. Получены выражения, описывающие поведение ударных волн в подобных системах.

Литература

- [1] Журавлев В.М., Зиновьев Д.А. Письма в ЖЭТФ, т. 87, вып. 5 (2008)
- [2] Журавлев В.М., Зиновьев Д.А. Письма в ЖЭТФ, т. 88, вып. 3 (2008)
- [3] Журавлев В.М., Никитин А.В. Нелинейный мир, , N 9, 603 (2007)
- [4] Б.А. Урюков, Теплофизика и аэромеханика. , N 3, 421 (1999)

Рождение чёрных дыр в трехмерном пространстве анти-де Ситтера

Калайдзян Тигран Каренович

Студент

*Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова,
физический факультет, Москва, Россия*

E-mail: kalaydzhyan@gmail.com

Как известно, в трехмерной гравитации с отрицательной космологической постоянной существует решение типа черной дыры, называемое BTZ-черной дырой (по именам авторов Bañados-Teitelboim-Zanelli). Это решение представляет интерес с точки зрения исследования квантовых и термодинамических свойств черных дыр, рассмотрение которых в (3+1)-гравитации затруднено и представляет собой задачу технически более сложную, чем в (2+1)-гравитации, где поле не содержит динамических степеней свободы, так что пространство-время вне источников локально эквивалентно решению уравнений Эйнштейна без материи. Подобные BTZ-решения представляют также интерес с точки зрения исследования ударных гравитационных волн (gravitational shockwaves), возникающих при движении ультрарелятивистских частиц высоких энергий. Кроме того, BTZ-решения возникают в контексте теории струн и AdS/CFT-соответствия, так что их исследование может быть одновременно полезно для развития различных, лишь косвенно связанных, задач.

В данной работе исследованы процессы рождения черных дыр в результате столкновения нескольких точечных безмассовых частиц в рамках классической (2+1)-гравитации с отрицательной космологической постоянной. Данное исследование может быть рассмотрено как начальный этап решения четырехмерных задач для микроскопических процессов при столкновениях частиц на ускорителях высоких энергий, либо для макроскопических процессов при столкновениях звезд. В качестве основной идеи расчетов использован тот факт, что элемент группы голономий для накрытия пространственно-временной окрестности результирующей частицы алгеброй $sl(2, \mathbf{R})$ является произведением элементов группы голономий, отвечающих налетающим частицам. В результате найден размер горизонта черной дыры, энергетические характеристики процесса (энергетический порог рождения черной дыры, зависимость порога от числа сталкивающихся частиц, ограничение на порог снизу и пр.), а также динамические свойства процесса (динамика горизонта, динамика пространства в процессе столкновения частиц). Примечательно, что энергетический порог рождения черной дыры можно понизить увеличением числа налетающих частиц, но существует ограничение на порог снизу порядка планковского масштаба – при более низких энергиях черная дыра не образуется.

В перспективе планируется использовать подобный метод для исследования рождения объектов с замкнутыми времениподобными линиями в рамках трехмерной гравитации, а также процессов столкновения пучков частиц.

Неравенство Белла в системах с числом частиц $m=2, 3, 4$

Колесников Антон Александрович⁷, Анисимов Михаил Александрович

аспирант

*Московский физико-технический институт (государственный университет),
факультет проблем физики и энергетики, Долгопрудный, Россия*

E-mail: aakolesnikov@inbox.ru, anisimov.m.a@gmail.com

Квантовые состояния делятся на два класса запутанные и сепарабельные. Запутанные состояния отличаются от сепарабельных, в частности тем, что могут нарушать

⁷ Авторы выражают признательность профессору, д.ф.-м.н. Манько В.И. за помощь в подготовке тезисов.

неравенство Белла [1]. Существует критерий сепарабельности квантовых состояний [2], являющийся необходимым, но не являющийся достаточным условием сепарабельности. Проблема запутанности квантовых состояний (нахождение критерия и меры запутанности) в окончательном виде не решена до сих пор. Поэтому критерий и свойства запутанных состояний, в частности, связь запутанности с нарушением или выполнением неравенства Белла [1] для различных экспериментально реализуемых квантовых состояний заслуживает подробного изучения. В рамках томографического подхода в работе исследуется зависимость возможного нарушения неравенства Белла от числа частиц для суперпозиции квантовых осцилляторов вида $|\psi\rangle = 1/\sqrt{2}(|0\rangle_1|0\rangle_2 + |n\rangle_1|n\rangle_2)$.

Помимо стандартных методов описания состояния посредством матрицы плотности и волновой функции в квантовой механике также вводятся функция Вигнера $W(q, p)$ [3]

$$W(q, p) = \int \psi(q + \frac{u}{2}) \psi^*(q - \frac{u}{2}) e^{-ipu} du \quad (1)$$

и симплектическая томограмма $\omega(X, \mu, \nu)$ [4] (для двумодового случая)

$$\omega(X, \mu, \nu) = \frac{1}{(2\pi)^2} \int W(q, p) \delta(X - \mu q - \nu p) dq dp, \quad (2)$$

где q, p – операторы координаты и импульса, а $\mu = (\mu_1, \mu_2)$ и $\nu = (\nu_1, \nu_2)$ – параметры симплектического преобразования.

Определим вероятность того, что при измерении компоненты вектора $X = (X_1, X_2)$ принимают только положительные или отрицательные значения, используя редуцированные $\omega_{\pm\pm}(\mu, \nu)$ томограммы (для двумодового случая)

$$\omega_{++}(\mu_1, \nu_1, \mu_2, \nu_2) = \int_0^{\infty} dX_1 \int_0^{\infty} \omega(X_1, \mu_1, \nu_1, X_2, \mu_2, \nu_2) dX_2, \quad (3)$$

$$\omega_{--}(\mu_1, \nu_1, \mu_2, \nu_2) = \int_{-\infty}^0 dX_1 \int_{-\infty}^0 \omega(X_1, \mu_1, \nu_1, X_2, \mu_2, \nu_2) dX_2. \quad (4)$$

Индекс + или – для каждой компоненты вектора X соответствует знаку бесконечности в пределах интегрирования. Аналогично, выражения (5) и (6) являются вероятностями того, что X_1 и X_2 разного знака

$$\omega_{+-}(\mu_1, \nu_1, \mu_2, \nu_2) = \int_0^{\infty} dX_1 \int_{-\infty}^0 \omega(X_1, \mu_1, \nu_1, X_2, \mu_2, \nu_2) dX_2, \quad (5)$$

$$\omega_{-+}(\mu_1, \nu_1, \mu_2, \nu_2) = \int_{-\infty}^0 dX_1 \int_0^{\infty} \omega(X_1, \mu_1, \nu_1, X_2, \mu_2, \nu_2) dX_2. \quad (6)$$

Представленные вероятности (3) – (6) необходимы для вычисления коррелятора

$$E(\mu, \nu) = \omega_{++}(\mu, \nu) - \omega_{+-}(\mu, \nu) - \omega_{-+}(\mu, \nu) + \omega_{--}(\mu, \nu), \quad (7)$$

описывающего для системы из двух частиц со спинами половина корреляцию при измерении проекций спинов этих частиц на различные направления. Функция (7) используется при выводе параметра Белла. Для четырех возможных направлений: (μ_1, ν_1) , (μ_2, ν_2) , (μ'_1, ν'_1) , (μ'_2, ν'_2) неравенство Белла в форме CHSH [5] имеет вид

$$B \equiv E(\mu_1, \nu_1, \mu_2, \nu_2) + E(\mu_1, \nu_1, \mu'_2, \nu'_2) + E(\mu'_1, \nu'_1, \mu_2, \nu_2) - E(\mu'_1, \nu'_1, \mu'_2, \nu'_2) \leq 2. \quad (8)$$

Рассмотрим возможное нарушение неравенства (8) на примере суперпозиции квантовых осцилляторов вида $|\psi\rangle = 1/\sqrt{2}(|0\rangle_1|0\rangle_2 + |n\rangle_1|n\rangle_2)$ с числом частиц $m = 2, 3, 4$. Характерно, что увеличение количества частиц в системе (начиная с $m = 3$) приводит к увеличению размерности фазового пространства $D = 4$ ($m = 2$) \rightarrow $D = 6$ ($m = 3$) \rightarrow $D = 8$ ($m = 4$), что, в свою очередь, увеличивает число возможных комбинаций при измерении знака компонент вектора X до 8 ($m = 3$) и до 16 ($m = 4$). Однако, случаи с количеством частиц $m = 3$ и $m = 4$ можно свести к описанному выше случаю для $m = 2$, определив вероятности $\omega_{\pm\pm}(\mu, \nu)$ как комбинацию редуцированных томограмм, аналогичных по виду выражениям (3) – (6). Такой подход может привести к нарушению неравенства Белла: $B_{\max} \sim 2,26$ ($m = 3$, рис.1) и $B_{\max} \sim 2,06$ ($m = 4$).

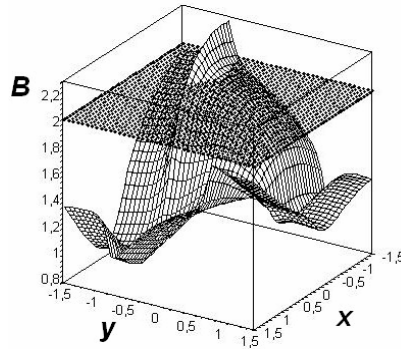


Рис.1. Параметр Белла $B(x, y)$ для трехчастичной суперпозиции вида $|\Psi\rangle_{m=3} = 1/\sqrt{3}(|n\rangle_1|0\rangle_2|0\rangle_3 + |0\rangle_1|n\rangle_2|0\rangle_3 + |0\rangle_1|0\rangle_2|n\rangle_3)$ ($n = 1$, $\mu_1 = \cos(x)$, $\nu_1 = \sin(x)$, $\mu_2 = \exp(2y)$, $\nu_2 = \exp(-y/5)$, $\mu_3 = \exp(3x)$, $\nu_3 = \exp(-x/3)$, $\mu'_1 = \exp(5x)$, $\nu'_1 = 0,2$, $\mu'_2 = \cos(2y)$, $\nu'_2 = \sin(y/5)$).

Литература

1. Bell J.S. (1965) On the Einstein Podolski Rosen Paradox // Physics v. 1, p. 195.
2. Peres A. (1996) Separability criterion for density matrices // Phys. Rev. Lett. №8(77), p. 1413.
3. Wigner E. (1932) On the quantum correction to the thermodynamic equilibrium // Phys. Rev. v. 40, p. 749.
4. Mancini S., Man'ko V.I., Tombesi P. (1996) Symplectic tomography as classical approach to quantum systems // Phys. Lett. A v. 213, p. 1.
5. Clauser J.F., Horne M.A., Shimony A., Holt R.A. (1969) Thermal Proposed experiment to test local hidden variable theories // Phys. Rev. Lett. №15(23), p. 980.

Расчет поверхностной намагниченности ферромагнетика вблизи магнитного фазового перехода Мусаева З.Н., Алисултанов З.М.

студент

Дагестанский государственный университет
физический факультет, Махачкала, Россия

mgm20001942@mail.ru

Известно роли поверхностной энергии в фазовом переходе посвящено достаточное число работ и эти работы рассматривали в основном полубесконечные системы. Но особенно важным является влияние поверхности при изучении низкоразмерных систем и наноструктур.

Ранее мы получали выражение для поверхностной намагниченности(ферромагнитной системы шарового слоя)выражение:

$$M_S(q_1, q_2) = \frac{q_2}{2q_1 A} (e^{-q_1 R} - 1) = \frac{q_2}{2q_1 A} (e^{R/\rho_S} - 1), \quad (1)$$

где $\rho_S = 1/q_1$ - экспоненциальная “длина” поля поверхностной намагниченности, R - радиус шара.

Плотность поверхностной свободной энергии может быть выражена в виде:

$$f_S(M_S) = q_1 A M_S^2 + q_2 M_S. \quad (2)$$

Поле магнитного перехода h_ρ можно определить уравнением:

$$\frac{a_0}{2} M^2 - Mh + \left(\frac{\partial M}{\partial \rho} \right) + f_S = 0. \quad (3)$$

Решение (3) относительно к h приведет к гиперболической зависимости поля перехода h_ρ от радиуса ρ :

$$h_\rho^\pm(\rho, q_1, q_2) = \pm \sqrt{\frac{-f_S(q_1, q_2)}{\chi}} \cdot \left(\frac{\rho_h}{\tilde{\rho}_h} \right) \cdot 8h \left(\frac{\rho}{\rho_h} \right), \quad 0 \leq \rho \leq R. \quad (4)$$

Здесь χ - магнитная восприимчивость системы, $\rho_h = (2A \cdot \chi/2 + |a_0| \chi)^{1/2}$ - характерная длина поля магнитного перехода, $\tilde{\rho}_h$ - магнитная длина ρ_n при $|a_0| = 0$, т.е. длина ρ_n при $T = T_c$.

Выражение для среднего от функции намагниченности рассматриваемой системы будет иметь вид:

$$M_0(h, R) = \frac{4\pi}{V} \int_0^R \rho^2 M_0(\rho, h) d\rho = \frac{16\tilde{h}R^2}{5\pi A} \cdot {}_1F_2 \left(1; 2, 712; -\left(\frac{\rho}{\rho_0} \right)^2 \right)$$

Безмассовое скалярное поле в теории Эйнштейна-Картана

Никифорова Василиса Викторовна⁸

студент

Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова,

физический факультет, Москва, Россия

E-mail: nikiforova@ms2.inr.ac.ru

В данной работе разобран вопрос, связанный с возможной модификацией общей теории относительности. Построена геометрия Римана-Картана на сфере с нетривиальным кручением, введение связности таким образом интересно с точки зрения приложений. Четырехмерное пространство-время рассматривается как вложенное в пятимерную сферу, с индуцированной метрикой. Индуцированное кручение обладает интересными свойствами. В итоге получается геометрия Римана-Картана специального вида.

⁸ Автор выражает признательность академику В.А. Рубакову за постановку задачи.

Рассмотрим сферу S^2 с метрикой $g_{\mu\nu} = \begin{pmatrix} r^2 & 0 \\ 0 & r^2 \sin^2 \vartheta \end{pmatrix}$ (координаты ϑ, φ). Определим

в этом пространстве параллельный перенос так, чтобы он сохранял скалярное произведение и удовлетворял следующему свойству. Представим, что в один из полюсов сферы помещен точечный источник света. Из симметрии очевидно, что свет будет распространяться вдоль больших кругов. Направление луча света является также «направлением тени». Потребуем, чтобы перенос вектора, параллельного направлению тени в исходной точке, давал вектор, параллельный направлению тени в конечной точке при любых движениях. Это требование приводит к следующей связности: $\Gamma_{21}^2 = \text{ctg } \vartheta$, остальные $\Gamma_{\beta\gamma}^\alpha = 0$. Соответственно, компоненты тензора кручения имеют вид: $S_{21}^2 = -S_{12}^2 = \text{ctg } \vartheta$, остальные $S_{\beta\gamma}^\alpha = 0$.

Обобщение на случай n измерений выглядит так:

$$g_{\mu\nu} = \begin{pmatrix} \frac{1}{1 - \frac{r^2}{a^2}} & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & r^2 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & r^2 \sin^2 \varphi_1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & r^2 \sin^2 \varphi_1 \dots \sin^2 \varphi_{n-2} \end{pmatrix}$$

(координаты $r, \varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_{n-1}$).

При этом:

$$\Gamma_{\beta\gamma}^\alpha \Big|_{\alpha \geq 2, \beta \geq 2, \gamma \geq 2} = \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta\gamma \end{pmatrix} - \text{символы Кристоффеля метрики } g_{\mu\nu};$$

$$\Gamma_{11}^1 = \frac{r}{a^2 - r^2}; \quad \Gamma_{\mu 1}^\mu \Big|_{\mu \geq 2} = \frac{1}{r};$$

$$\Gamma_{\mu\nu}^1 \Big|_{\mu \neq 1, \nu \neq 1} = \Gamma_{1\nu}^\mu \Big|_{\mu \neq 1, \nu \neq 1} = \Gamma_{\mu 1}^1 \Big|_{\mu \neq 1} = \Gamma_{1\nu}^1 \Big|_{\nu \neq 1} = 0;$$

$$\Gamma_{\nu 1}^\mu \Big|_{\mu \neq 1, \nu \neq 1, \mu \neq \nu} = 0; \quad \Gamma_{11}^\mu \Big|_{\mu \neq 1} = 0.$$

Соответственно, кручение: $S_{\mu 1}^\mu \Big|_{\mu \geq 2} = -S_{1\mu}^\mu \Big|_{\mu \geq 2} = \frac{1}{r}$; остальные $S_{\beta\gamma}^\alpha = 0$.

Обратимся к случаю S^5 . Рассмотрим вложение в S^5 4-мерной поверхности, заданной в виде:

$$\begin{cases} x^1 = r = r(\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3, \varphi_4) \\ x^2 = \varphi_1 = y^1 \\ x^3 = \varphi_2 = y^2 \\ x^4 = \varphi_3 = y^3 \\ x^5 = \varphi_4 = y^4 \end{cases}$$

Индукцированное кручение имеет вид (знак тильда обозначает индуцированную величину):

$$\tilde{S}_{\alpha\beta}^\varphi = \frac{1}{r} (\delta_\alpha^\varphi \partial_\beta r - \delta_\beta^\varphi \partial_\alpha r).$$

Если теперь отвлечься от S^5 и рассматривать 4-пространство самостоятельно, безотносительно к какому-либо вложению, то получается геометрия Римана-Картана, характеризуемая метрикой 4-пространства $g_{\mu\nu}$ и скалярной функцией $r = r(\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3, \varphi_4)$,

с кручением $S_{\alpha\beta}^{\varphi} = \frac{1}{r}(\delta_{\alpha}^{\varphi}\partial_{\beta}r - \delta_{\beta}^{\varphi}\partial_{\alpha}r)$ и связностью $\Gamma_{\beta\gamma}^{\alpha} = \left\{ \begin{matrix} \alpha \\ \beta\gamma \end{matrix} \right\} - \frac{1}{r}\delta_{\gamma}^{\alpha}\partial_{\beta}r + \frac{1}{r}g^{\varphi\alpha}g_{\gamma\beta}\partial_{\varphi}r$.

Здесь $\left\{ \begin{matrix} \alpha \\ \beta\gamma \end{matrix} \right\}$ - символы Кристоффеля метрики $g_{\mu\nu}$ нашего 4-пространства.

Раскладывая кручение на компоненты, получаем:

$$\text{след: } T_{\beta} = S_{\beta\alpha}^{\alpha} = -\frac{3}{r}\partial_{\beta}r;$$

$$\text{псевдослед: } S^{\nu} = \varepsilon^{\alpha\beta\mu\nu}S_{\alpha\beta\mu} = 0;$$

$$\text{бесследовая компонента: } \begin{cases} q_{\beta\alpha}^{\alpha} = 0 \\ \varepsilon^{\alpha\beta\mu\nu}q_{\alpha\beta\mu} = 0 \end{cases} : q_{\beta\gamma}^{\alpha} = 0.$$

Рассмотрим взаимодействие кручения с фермионами. Оно может быть введено минимальным и неминимальным образом [1]:

$$S_{\frac{1}{2},\text{min}} = i \int d^4x \sqrt{-g} \bar{\psi} (\gamma^{\alpha} \nabla_{\alpha} - \frac{i}{8} \gamma^5 \gamma^{\alpha} S_{\alpha} - im) \psi,$$

$S_{\frac{1}{2},\text{non-min}} = i \int d^4x \sqrt{-g} \bar{\psi} (\gamma^{\alpha} \nabla_{\alpha} + \eta_1 i \gamma^5 \gamma^{\alpha} S_{\alpha} + \eta_2 i \gamma^{\alpha} T_{\alpha} - im) \psi$, где ∇_{α} - ковариантная производная, построенная по символам Кристоффеля.

Видно, что полученное нами кручение взаимодействует с фермионами только неминимальным образом. Как отмечено в [1], это взаимодействие фермионов с кручением (со следом кручения, так как псевдослед равен нулю) схоже с взаимодействием с электромагнитным полем A_{μ} .

Действие для гравитационного поля запишется в виде:

$$S = -\frac{1}{16\pi G} \int d^4x \sqrt{-g} R = -\frac{1}{16\pi G} \int d^4x \sqrt{-g} (R_{\text{Riemann}} - 6D_{\mu}D^{\mu} \ln r - 6\partial_{\mu} \ln r \partial^{\mu} \ln r),$$
 где

R_{Riemann} - скалярная кривизна, построенная по метрике нашего 4-пространства, D_{μ} - ковариантная производная, построенная по символам Кристоффеля 4-пространства. Таким образом, в теории имеется безмассовое скалярное поле геометрического происхождения.

Литература

1. Shapiro I.L. (2002) Physical aspects of the space-time torsion // Phys.Rept.357:113,2002.

Термодинамическая теория возмущений при низких температурах

Николаева О.П.

Аспирантка

Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова,

физический факультет, Москва, Россия

E-mail: nikolaevaop@yandex.ru

Построение низкотемпературного разложения в ряды теории возмущений имеет ряд сложностей. В настоящей работе нами предложен метод, позволяющий эффективно их преодолеть. Для этого мы используем базовые системы типа Викаса – Чандлера – Андерсона с границей положительной определенности потенциала, эффективно учитывающей взаимодействие частиц на всех координационных сферах. Выражение для свободной энергии системы здесь представлено в виде суммы двух слагаемых

$$F = F_0 - \theta \frac{N(N-1)}{2V^2} \int_0^1 d\lambda \int \frac{f(|q_1 - q_2|)}{1 + \lambda f(|q_1 - q_2|)} F_2(\lambda, q_1, q_2) dq_1 dq_2,$$

первое из которых есть свободная энергия базовой системы, а второе определяется двухчастичной функцией распределения с параметризацией майеровского типа.

При определении двухчастичной функции распределения используем метод интегральных уравнений. Нами предложено термодинамически согласованное суперпозиционное приближение. В силу своего построения это уравнение дает функции распределения, приводящие к одинаковым уравнениям состояния, найденным как из выражения для сжимаемости, так из теоремы вириала. При этом мы используем полученную нами цепочку уравнений

$$\frac{\partial F_s}{\partial q_1^\alpha} + \frac{1}{\theta} \frac{\partial(U_{0s} + U_{1s})}{\partial q_1^\alpha} F_s + \frac{\left(1 - \frac{s}{N}\right)}{\nu\theta} \int \frac{\partial[\Phi_0(|q_1 - q_{s+1}|) - \theta \ln(1 + \lambda f(|q_1 - q_{s+1}|))]}{\partial q_1^\alpha} F_{s+1} dq_{s+1} = 0$$

для s-частичных функций распределения

$$F_s(\lambda, q_1, \dots, q_s) = \frac{V^s \int e^{-\frac{1}{\theta} U_0} \prod_{1 \leq i < j \leq N} (1 + \lambda f(|q_i - q_j|)) dq_{s+1} \dots dq_N}{Q(\lambda)}$$

с параметризацией майеровского типа. Это позволяет сочетать преимущества метода Боголюбова, где используются симметричные функции, метода Кирквуда, содержащего дополнительный параметр, а также метода Майера.

Для учета квантовых эффектов нами построена квазиклассическая термодинамическая теория возмущений для свободной энергии

$$F = F_k + \frac{\hbar^2 \pi}{6\theta^2 m} \frac{N^2}{V} \int_0^\infty \Phi'^2(r) F_2(r) r^3 dr + \dots$$

с использованием найденной двухчастичной функции распределения. Определены уравнения состояния в квазиклассическом приближении, проведены оценки квантовых поправок к уравнениям состояния в жидкости при низких температурах.

В качестве примера использования развитой теории возмущений исследовано уравнение состояния жидкого аргона вблизи тройной точки, а также вычислена скорость звука в жидком аргоне и азоте в области низких температур. Получено хорошее согласие с экспериментальными данными.

Литература

1. Zhou S. (2009) How to make thermodynamic perturbation theory to be suitable for low temperature?// J. Chem. Phys. V. 130. 05103.
2. Николаева О.П. (2008) Двухчастичная функция распределения многокомпонентной системы твердых сфер// Вестник Московского университета. Серия 3. Физика. Астрономия. № 2.

Решение уравнений Навье-Стокса с помощью интегральных уравнений

Петрова Татьяна Андреевна

Аспирантка

Московский Государственный Университет им. М. В. Ломоносова, физический факультет, Москва, Россия

E-mail: tatyana.a.petrova@gmail.com

Для решения системы уравнений Навье-Стокса в большинстве работ используются разностные схемы. Эти методы объединены названием прямого численного моделирования (Direct Numerical Simulation). Таким путем впервые теоретически была обнаружена неустойчивость течения в круглой трубе, экспериментально исследованная Рейнольдсом. Предыдущие попытки обнаружить неустойчивость этого течения с помощью линейного анализа не привели к успеху. Однако разностные методы позволяют решать на современных компьютерах задачи, в которых число Рейнольдса не превосходит по порядку 10^4 . Между тем развитая турбулентность возникает при $Re = 10^5 - 10^6$. В природных явлениях в атмосфере Земли число Re достигает 10^9 , а в процессах на Солнце –

10^{13} . Таким образом, возникает потребность построения решения уравнений Навье-Стокса методом, альтернативным разностным схемам, каким и является метод итераций.

Цель настоящей работы – разработка и применение метода решения уравнений Навье-Стокса, позволяющего снять ограничение на число Рейнольдса.

В работе решение задачи Коши для полной нестационарной трехмерной системы уравнений Навье-Стокса для газа сведено к решению интегральных уравнений типа Вольтерра, и затем использована итерационная процедура, что позволило снять ограничение на число Рейнольдса. Задача Коши рассматривалась в безграничном пространстве, первоначальное состояние системы задавалось степенными функциями. Были получены следующие **основные результаты**.

Применен метод решения задачи Коши для системы нестационарных уравнений Навье-Стокса для газа, основанный на применении фундаментального решения параболической системы и не использующий конечно-разностных схем. Решение задачи было сведено к решению методом итераций интегральных уравнений типа Вольтерра, что позволило снять ограничение на число Рейнольдса.

Решения задачи были получены на первой второй и третьей итерации как для сферически-симметричного, так и для линейного пространственного случая. Стремление решений к постоянному значению на бесконечности, а также пренебрежимо малая разность между второй и третьей итерацией, позволяют сделать вывод о сходимости итерационной процедуры.

Полученные результаты являются важным шагом на пути к описанию турбулентных процессов при больших числах Рейнольдса.

ЭПР пленок гидрогенизированного аморфного углерода

Рабазанов А.К., Агаларова З.А., Азизов Д.А.

Аспирант, аспирант, студент

Дагестанский государственный университет

физический факультет, Махачкала, Россия

abdulmsh@mail.ru

Приведены результаты теоретического расчета тензора g - сдвига и измерения ЭПР пленок гидрогенизированного аморфного углерода ($a - C : H$).

Пленки получены плазмо-химическим газофазным осаждением в зависимости от температуры подложки (T_s), от отношения напряженности электрического поля к давлению в камере (E/P) и от времени прибывания частиц в камере (τ). Показано, что T_s и E/P сильно, а τ намного слабее влияет на структуру и свойства пленок $a - C : H$.

Спиновые свойства волновой функции электронного дефекта в полупроводнике обычно описываются спиновым гамильтонианом [1]:

$$H = g_0 \mu_B H_0 S + \mu_B H_0 [g_{ij}] S + I[A]S + S_i [D] S_j + \tilde{H}(I). \quad (1)$$

Здесь g_0 - значение g - фактора Ланде для свободного электрона ($g_0 = 2,0023193$), μ_B - магнетон Бора ($\mu_B = eh/2\pi mc$), H_0 - приложенное извне магнитное поле, S и I - операторы электронного и ядерного спина, $[g_{ij}]$, $[A]$ и $[D]$ - тензоры спин-орбитального, сверхтонкого и спин-спинового взаимодействия, соответственно, а $\tilde{H}(I)$ - часть спинового гамильтона, которая зависит только от ядерного спина I , Результирующий вклад в спиновой гамильтониан (1) можно выразить через тензор g - сдвига

$$[g_{ij}] = 2,0023\delta_{ij} + 2\lambda \sum_{k \neq 0} \frac{\langle 0 | L_i | k \rangle \langle k | L_j | 0 \rangle}{E_k - E_0}, \quad (2)$$

где L_i - компоненты оператора орбитального момента и через $(|0\rangle, E_0)$, $(|k\rangle, E_k)$ обозначены волновые функции и энергии основного состояния и возбужденных состояний дефекта, соответственно.

Измерения ЭПР показали, что с увеличением T_S и E/P значения g - фактора увеличивается от 2,002 до 2,003, а плотность спинов возрастает от 10^{16} см^{-3} до $5 \times 10^{18} \text{ см}^{-3}$.

Рассчитанные значения g - фактора ($g = 2,0027$) находится в хорошем согласии с полученными экспериментальными данными.

Литература:

1. Абрагам А., Блини Б., Электронный парамагнитный резонанс переходный ионов. –М.:Мир, 1982.

2D- туннельные бифуркации во внешнем электрическом поле⁹

Рудин В. А.¹⁰, Скибицкая Н. Ю., Кревчик П. В.

Студент Аспирант Студент

естественнонаучного факультета

Пензенский государственный университет, г. Пенза, Россия

E-mail: physics@pnzgu.ru

Изучение проблемы управляемости квантовых эффектов, связанных с диссипативной туннельной динамикой в низкоразмерных системах различной природы, является актуальной проблемой современной физики конденсированного состояния. Помимо известных приложений в физике взаимодействующих контактов Джозефсона и низкотемпературной химической кинетике в последние годы активизировались исследования управляемых туннельных эффектов в системах квантовых точек (КТ) и взаимодействующих «квантовых молекул» (КМ), а также в экспериментах с СТМ/АСМ. Впервые эффекты 2D – бифуркаций были предсказаны Ю.Н. Овчинниковым и Б.И. Ивлевым (ИТФ им. Л.Д. Ландау) в системе взаимодействующих контактов Джозефсона, но наблюдение этих эффектов затруднялось существенным влиянием флуктуаций. Для ряда химических реакций, идущих по туннельному механизму, например, в системах типа порфиринов, теоретически предсказывались и экспериментально выявлялись изломы на зависимости скорости реакции как функции температуры, что объяснялось сменой режима 2D переноса с синхронного на асинхронный; но предсказанные 2D – эффекты оказались неустойчивыми. Возможности современных нанотехнологий позволили формировать искусственные структуры с управляемыми характеристиками, в которых, как представляется, впервые удалось пронаблюдать устойчивые 2D – бифуркации в туннельных ВАХ для металлических КТ (из золота) в системе совмещенного АСМ/СТМ. Предсказанные ранее эффекты 2D – бифуркаций и квантовых биений при параллельном туннельном переносе взаимодействующих частиц в двухъямном осцилляторном потенциале [1, 2] удалось выявить для отдельных туннельных ВАХ в экспериментах с КТ из золота в НИФТИ Нижегородского университета (в группе О.Н. Горшкова). Одновременно теоретически разработанный метод контролируемого роста КТ в системе с АСМ/ СТМ [3] может позволить сделать доступными новые уникальные возможности для выращивания больших массивов металлических КТ (например, из коллоидного золота) заданных размеров, что может иметь перспективные приложения для создания

⁹ Тезисы доклада основаны на материалах исследований, проведенных в рамках гранта Минобрнауки РФ по ФЦП «Развитие потенциала высшей школы» № 2.1.1/1647

¹⁰ Авторы выражают признательность проф. О.Н. Горшковой, проф. В.Ч. Жуковскому, проф. В.Д. Кревчику, проф. М.Б.Семенову за помощь в подготовке тезисов.

прецизионных устройств для наноэлектроники с управляемыми характеристиками, а также многообещающие приложения в области наномедицины.

Литература

1. Yu.I. Dahnovsky, V.D. Krevchik, A.A. Ovchinnikov, M.B. Semenov, K. Yamamoto// Physical Review B, vol. 68, 2003, P. 155426;
2. Yu.I. Dahnovsky, V.Ya. Krivnov, V.D. Krevchik, M.B. Semenov, K. Yamamoto Transfer processes in low - dimensional systems (мемориальный сборник статей, посвященный памяти А.А. Овчинникова и А.И. Ларкина) при участии Нобелевского лауреата, проф. А. Леггетта, UT Research Institute Press, Tokyo, Japan, (2005), 690 p.
3. В.Ч. Жуковский, О.Н. Горшков, В.Д. Кревчик, М.Б. Семенов, Е.В. Грозная, Д.О. Филатов, Д.А. Антонов Управляемое диссипативное туннелирование во внешнем электрическом поле// Вестник МГУ. Сер. 3 (Физика. Астрономия). – 2009. вып. 1.

О пондеромоторных силах в жидких диэлектриках

Русакова Н.Е., Самухина Ю.В.

ассистент, студентка,

Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова,

физический факультет, Москва, Россия

E-mail: n_rusakova@gen5521.phys.msu.ru, juliesam2008@mail.ru

В данной работе исследуются пондеромоторные силы, действующие между заряженными телами в жидком диэлектрике. Примером такой силы является сила взаимодействия между двумя заряженными шариками или пластинами плоского конденсатора, погруженными в диэлектрический раствор. Обычно в литературе выражение для этих пондеромоторных сил получают, исходя из закона сохранения энергии ([1], [2]). При таком подходе пондеромоторная сила представляет собой результирующую равнодействующую силу. В некоторых случаях требуется выявить различные составляющие этой силы, например, силу давления со стороны жидкого диэлектрика на тело и кулоновскую силу взаимодействия между зарядами. В простом аналитическом виде такое разделение возможно только в редких частных случаях, которые и рассматриваются в данной работе. В частности, несложно убедиться, что сила взаимодействия между пластинами плоского конденсатора уменьшается в диэлектрической среде на величину силы давления жидкого диэлектрика на эти пластины, обусловленной неоднородным краевым полем конденсатора. Учет расталкивающей силы давления диэлектрика приводит к тому, что результирующая пондеромоторная сила уменьшается в ϵ раз, что непосредственно следует из закона сохранения энергии.

Аналогичная ситуация наблюдается и при помещении в жидкий диэлектрик заряженной сферы. В этом случае на внешнюю поверхность сферы со стороны диэлектрика будет также действовать сжимающая данную сферу пондеромоторная сила давления и кулоновская сила расталкивания зарядов, находящихся на этой сфере. Результирующая пондеромоторная сила будет, как и в предыдущем случае, в ϵ раз меньше силы, действующей на проводящую сферу, находящуюся в вакууме.

Возникает естественный вопрос: что будет происходить с пондеромоторной силой взаимодействия пластин плоского конденсатора или зарядов, находящихся на сфере в диэлектрике, если в поверхности проделать небольшое отверстие? Расчеты показывают, что проделанное отверстие не приведет к изменению силы давления внутри конденсатора или внутри сферы, вследствие возникновения дополнительной пондеромоторной силы, действующей на диэлектрик в области отверстия и в точности компенсирующей силу давления жидкого диэлектрика внутри конденсатора или сферы.

Возникновение дополнительного давления в жидком диэлектрике при наличии в нем заряженных тел, в том числе и микроскопических или наноразмеров, например, свободного радикала какой-то органической молекулы, может приводить к изменению колебательного молекулярного спектра и деформации молекул со стороны

диэлектрического раствора, в который они помещены. С другой стороны при помещении ионов в диэлектрическую жидкость может происходить сжатие или компрессия этой жидкости, изменение ее плотности или объема.

Литература

1. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Теоретическая физика, т. 8, Электродинамика сплошных сред. М.: Наука, 1982.
2. Тамм И.Е. Основы теории электричества. М.: Наука, 1989.

Особенность двухфотонного примесного поглощения в квантовой молекуле в условиях туннельной прозрачности потенциального барьера¹¹

Сафонов В.В.¹²

Аспирант естественнонаучного факультета

Пензенский государственный университет, г. Пенза, Россия

E-mail: physics@pnzgu.ru

Теоретически исследовано влияние прозрачности потенциального барьера на вероятность двухфотонной (ДФ) ионизации $D^{(-)}$ -центра в квантовой молекуле (КМ), состоящей из двух туннельно-связанных сферических квантовых точек (КТ). Потенциал $D^{(-)}$ -центра моделировался потенциалом нулевого радиуса. Теоретический подход основан на рассмотрении квантового туннелирования с диссипацией применительно к электронному транспорту в КМ, моделируемой двухъямным осцилляторным потенциалом, с учётом взаимодействия с локальной фононной модой при конечной температуре. Продуктивность такого подхода обусловлена тем, что в пространстве наномасштабов физика и химия электронных процессов имеют много общего и появляется возможность для изучения взаимодействия КМ с контактной средой в рамках науки о квантовом туннелировании с диссипацией. Так как состояние реакционной системы в среде характеризуется многомерной потенциальной поверхностью, возникает проблема выделения координаты туннелирования. Вводится так называемый адиабатический потенциал вдоль координаты туннелирования. Определяется вероятность туннелирования электрона в единицу времени в квазиклассическом приближении с учётом диссипации. В одноинстантонном приближении вычисляется квазиклассическое действие S_B как функция температуры и параметров потенциала. Далее находится траектория $q_B(\tau)$ (инстантон), минимизирующая функцию действия S_B . Предэкспоненциальный множитель B_0 определяется вкладом траекторий, близко расположенных от инстантона. В приближении идеального инстантонного газа вероятность туннелирования Γ_0 можно представить в виде $\Gamma_0 = B_0 \cdot \exp(-S_B)$. В работе получены аналитические формулы для квазиклассического действия и предэкспоненциального множителя туннельной константы скорости электрона, взаимодействующего с термостатом – средой.

Показано, что с ростом частоты фононной моды вероятность туннелирования в КМ возрастает за счёт увеличения эффективности электрон-фононного взаимодействия. Возрастание константы взаимодействия приводит к увеличению вязкости контактной среды, т. е. к росту её "степени диссипативности", в результате вероятность туннелирования уменьшается. Во втором порядке теории возмущений рассчитана вероятность ДФ ионизации $D^{(-)}$ -центра в КМ с учётом того, что рассматриваемые оптические переходы обладают конечной спектральной шириной $\hbar\Gamma_0$. Исследована

¹¹ Тезисы доклада основаны на материалах исследований, проведённых в рамках гранта Минобрнауки РФ по ФЦП «Развитие потенциала высшей школы» №2.1.1/1647

¹² Автор выражает признательность проф. В.Д. Кревчику и проф. М.Б. Семёнову за помощь в подготовке тезисов

спектральная зависимость вероятности ДФ примесного поглощения и её зависимость от параметров туннелирования. Показано, что с ростом частоты фононной моды растёт и вероятность ДФ поглощения. Увеличение "вязкости" контактной среды приводит к достаточно сильному подавлению ДФ поглощения в КМ.

Найдено, что прозрачность потенциального барьера существенно влияет на ДФ примесное поглощение в КМ за счёт изменения ширины энергетических уровней виртуального и конечного состояний при варьировании таких параметров диссипативного туннелирования, как температура, частота фононной моды и константа взаимодействия с контактной средой.

Применение формализма Ньюмена-Пенроуза для поиска точных решений уравнений нелинейной электродинамики в астрофизических приложениях

В.А. Соколов

Аспирант физического факультета

Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова, Москва, Россия

E-mail: sokolov.sev@inbox.ru

Согласно результатам экспериментов выполненных на Стенфордском электронном ускорителе [1] электродинамика в вакууме является нелинейной теорией, поэтому поиск новых точных решений нелинейных уравнений теории электромагнитного поля на сегодняшний день представляет одну из важнейших задач. Однако эта задача значительно осложняется отсутствием общих методов интегрирования таких уравнений и поэтому поиск новых точных решений, как правило, носит эвристический характер. Применение метода Ньюмена-Пенроуза позволяет в некоторой степени формализовать и сделать поиск новых решений более обоснованным. В настоящем сообщении рассматривается применение формализма Ньюмена-Пенроуза, адаптированного к уравнениям нелинейной электродинамики произвольного вида [2], для поиска точных решений уравнений электродинамики Борна-Инфельда в астрофизических приложениях. Современные теоретические модели рассматривают несколько нелинейных обобщений уравнений электродинамики в вакууме. Одной из таких теорий является электродинамика Борна-Инфельда [3], лагранжиан которой имеет вид:

$$L = -\frac{1}{4\pi a^2} \left[\sqrt{-g \left(1 - \frac{a^2}{2} J_2 - \frac{a^4}{4} J_4 + \frac{a^4}{8} J_2^2 \right)} - \sqrt{-g} \right],$$

где через $J_2 = F_{ik} F^{ki}$ и $J_4 = F_{ik} F^{kl} F_{lm} F^{mi}$ обозначены инварианты тензора электромагнитного поля второй и четвертой степени соответственно, a - параметр электродинамики Борна-Инфельда, g - определитель метрического тензора. Особенностью этой теории является ограниченность собственной энергии электромагнитного поля точечного заряда в плоском пространстве-времени. Кроме того, электродинамика Борна-Инфельда является предельным случаем некоторых теорий суперструн [4]. Используя формализм Ньюмена-Пенроуза, в рамках электродинамики Борна-Инфельда получено новое решение задачи о статическом электромагнитном поле, создаваемом распределенной системой зарядов, на фоне метрики Шварцшильда. Для данной полевой конфигурации получены выражения для компонент электрического поля, плотности заряда и полного заряда, который гравитационный центр может удерживать вокруг себя. Новое решение обладает несколькими горизонтами сингулярности, однако, более подробное рассмотрение показывает, что вне горизонта событий Шварцшильда лежит только один из них, и при соответствующем ограничении на плотность распределения заряда, особенности компонент электрического поля можно избежать.

Литература

4. Burke D.L. et al. // *Rhys. Rev. Lett.* 1997. **79**. P.1626.

5. Вшивцева П. А., Зубрило А. А., Кривченков И. В., Соколов В. А. // Вестн. Моск. ун-та. Физ. Астрон. 2006. №5. С.6.
6. Born M., Infeld L. //Proc.Roy.Soc. 1934. A 143. P. 425.
7. Seiberg N., Witten E. //JHEP 1999. 032. P.9909.

Нелинейная эволюция стационарных возмущений плотности в Бозе системе.

Труханова Мария Ивановна

студент

E-mail: Mar-TiV@yandex.ru

Андреев Павел Александрович

физик

E-mail: andrap@yandex.ru

Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова, Москва, Россия

В последние годы основной интерес при исследовании ультра-холодных разреженных газов, бозонов, лежит в области изучения волн плотности материи, включая наблюдение интерференции волновых состояний, смотрите работы [1],[2].

В нашей работе в качестве исходных уравнений являются уравнения Шредингера для системы бозонов с короткодействующими потенциалами взаимодействия. Это уравнение, и определение плотности вероятности и наблюдаемых, позволяют получить систему полевых уравнений для вещества при любом числе бозонов в системе. Первые пять уравнений могут быть названы уравнениями квантовой гидродинамики, в которых, вследствие короткодействующего потенциала взаимодействия, будет содержаться квантовый тензор напряжений.

На основании этого метода в третьем порядке по радиусу взаимодействия могут быть получены уравнения для неоднородного конденсата Бозе – Эйнштейна. Если ограничиться только первым порядком, мы получим хорошо известное уравнение Гросса – Питаевского. Мы ставим своей целью исследовать нелинейную эволюцию плотности числа частиц в третьем порядке по радиусу взаимодействия. Соответствующее уравнение нами получено в виде [3]:

$$i\hbar\partial_t\Phi(\vec{r},t) = \left(-\frac{\hbar^2\nabla^2}{2m} + V_{ext}(\vec{r},t) - \gamma|\Phi(\vec{r},t)|^2 - \frac{1}{16}\gamma_2\int_{\vec{r}_0}^{\vec{r}}\frac{1}{n(\vec{r},t)}d(\Delta n^2(\vec{r},t))\right)\Phi(\vec{r},t), \quad (1)$$

$$\text{где } n(\vec{r},t) = |\Phi(\vec{r},t)|^2, \quad \gamma = \frac{4\pi}{3}\int r^3\frac{\partial U(r)}{\partial r}dr, \quad \gamma_2 = \frac{4\pi}{15}\int r^5\frac{\partial U(r)}{\partial r}dr.$$

Будем искать решение в виде стационарных возмущений, т.е. функций вида $n(x - V_0t)$, причём $V_0 = \text{const}$. Мы полагаем, так же, что до возмущений средняя скорость частиц была равна нулю. И, следовательно, конечное значение скорости является результатом возмущений системы. Уравнение (1) является интегро-дифференциальным и, если пренебречь слагаемыми, пропорциональными γ_2 , оно совпадает с уравнением Гросса – Питаевского, которое можно привести к виду уравнения Кортевега-де Фриза при $V = \text{const}$ [4]. Для анализа эволюции стационарных возмущений, на основании полного уравнения (1), содержащего γ_2 , мы получаем уравнение (2):

$$\frac{\hbar^2}{4m}\frac{d^3n}{d\xi^3} + 2mE\frac{dn}{d\xi} + 9\gamma n\frac{dn}{d\xi} + \frac{3}{16}\gamma_2\frac{d^3n^2}{d\xi^3} + \frac{3}{8}\gamma_2\frac{dn}{d\xi}\int\frac{1}{n}\left(\frac{d^3n^2}{d\xi^3}\right)d\xi = 0, \quad (2)$$

здесь $\xi = x - V_0t$.

Интегральное слагаемое в этом уравнении исчезает при $\gamma_2 \rightarrow 0$ и само уравнение переходит в уравнение Кортевега-де Фриза.

Вместе с тем, в этом уравнении слагаемое, пропорционально γ_2 , много меньше слагаемого, пропорционального γ , по этому для решения интегро-дифференциального уравнения мы используем метод итераций. Решение уравнения (2), стремящиеся к нулю при $\alpha \rightarrow \pm\infty$, имеет вид:

$$n_b = \frac{2n_0}{\sqrt{\kappa^2 - \frac{\kappa}{2} + 1} \cosh 2\alpha + \kappa + 1}, \quad (3)$$

где $\alpha = \frac{\sqrt{2|E|m\xi}}{\hbar}$, $\kappa = \frac{16|E|^2 m^2 \gamma_2}{9\hbar^2 |\gamma|^2 n_0^2}$, $E < 0$, $\gamma > 0$.

При $\gamma_2 \rightarrow 0$ этот результат сводится к известному решению Кортевега-де Фриза:

$$n_b = n_0 \operatorname{sech}^2(\alpha).$$

Последовательный учёт взаимодействия частиц приводит к искажению формы солитона, как нелинейного стационарного возмущения плотности.

1. Dalfovo F., Giorgini S., Pitaevskii L.P., and Stringari S. (1999) Theory of Bose-Einstein condensation in trapped gases //Rev. of Mod.Phys., Vol.71,p.463- 513.
2. Bloch I., Dalibard J., Zwirger W. (2008) Many-body physics with ultracold gases//Rev. of Mod.Phys.,Vol.80.p.885-965.
3. Andreev P. A., Kuzmenkov L. S. (2008) Problem with the single-particle description and the spectra of intrinsic modes of degenerate boson-fermion systems //PhysRevA., Vol.78,p. 053624(12).
4. Fedele R., Schamel H. (2002) Solitary waves in the Madelung`s fluid: Connection between the nonlinear Schrodinger equation and the Korteweg-de Vries equation //Eur. Phys. J. B., Vol.27,p.313- 320.

Чёрные кольца и поиск скрытых симметрий в пятимерных супергравитациях

Щерблюк Н.Г.

Аспирант

Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова,

физический факультет, Москва, Россия

E-mail: shcherbluck@mail.ru

Решения типа чёрных колец в пятимерии с топологией горизонта событий $S^1 \times S^2$ были открыты Эмпараном (R. Emparan) и Риэлом (H.S. Reall) в 2002 году как обобщения чёрных дыр [1]. Эти решения, нарушающие в пяти измерениях аналог теоремы единственности четырёхмерных чёрных дыр, имеют множество интересных приложений в теории струн. Несмотря на то, что все суперсимметричные решения в минимальной пятимерной супергравитации были классифицированы, поиск не-БПС конфигураций является более сложной проблемой.

Эффективным способом построения точных решений многомерных уравнений Эйнштейна является размерная редукция лагранжиана, основанная на предположении существования достаточного числа коммутирующих симметрий Киллинга (тороидальная редукция). Такой редукцией можно получить трёхмерную нелинейную сигма-модель. Если окажется, что пространство-мишень полученной сигма-модели есть фактор-пространство (косет) некоторой полупростой группы Ли по подгруппе изотропий, то с помощью преобразований из этой группы Ли (называемой группой скрытых симметрий) можно генерировать новые решения из уже известных с такой же трёхмерной метрикой.

Техника генерации новых решений на основе сигма-модели для минимальной пятимерной супергравитации была развита в работе [2]. В ней установлено, что группой скрытых симметрий является исключительная группа $G_{2(2)}$, построено соответствующее матричное представление косета $G_{2(2)}/SL(2, R)^2$ и сгенерировано новое заряженное чёрное кольцо с двумя параметрами вращения. Обобщение теории на случай пятимерной супергравитации с тремя абелевыми векторными полями рассмотрено в работе [3]. Было выяснено, что группой изометрий такой теории является группа $SO(4,4)$. Кроме того, было построено матричное представление симметрических кватернионных многообразий $SO(4) \times SO(4) \setminus SO(4,4)$ и $SO(2,2) \times SO(2,2) \setminus SO(4,4)$, исследованы преобразования из группы $SO(4,4)$, сохраняющие заданное поведение метрики на бесконечности. В результате была найдена чёрная дыра с тремя независимыми зарядами и двумя параметрами вращения.

В последнее время удалось усовершенствовать метод путём сведения процедуры обратной дуализации (решение сложных дифференциальных уравнений) на финальном этапе вычислений к чисто алгебраическим матричным преобразованиям [4]. Эта усовершенствованная техника была применена для построения новой чёрной дыры Калуцы-Клейна с так называемым сквошенным горизонтом событий.

Литература

1. R. Emparan and H.S. Reall, “Black rings”, *Class. Quant. Grav.* **23**, R169 (2006) [arXiv:hep-th/0608012].
2. A. Bouchareb, G. Clément, C-M. Chen, D.V. Gal'tsov, N.G. Scherbluk, and Th. Wolf, “G2 generating technique for minimal 5D supergravity and black rings”, *Phys. Rev. D* **76**, 104032 (2007) [arXiv:0708.2361].
3. D.V. Gal'tsov and N.G. Scherbluk, “Generating technique for $U(1)^3$ 5D supergravity”, *Phys. Rev. D* **78**, 064033 (2008) [arXiv:0805.3924].
4. D.V. Gal'tsov and N.G. Scherbluk, “Improved generating technique for 5D supergravities and squashed Kaluza-Klein Black Holes”, (2008) [arXiv:0812.2336].

Взаимодействие ультракороткого импульса с молекулярным ионом водорода

Юлкова В. М.

аспирант

Поморский государственный университет имени М.В. Ломоносова, Архангельск, Россия

E-mail: ulkova@pomorsu.ru

Под ультракороткими импульсами в данной работе понимаются импульсы, длительность которых меньше характерных периодов времени для молекулы-мишени [1]. Напряженность электрического поля в ультракоротких импульсах сопоставима и превосходит внутриатомное поле. Поэтому на характеристики поля можно не налагать ограничения, связанные с применением теории возмущений и использовать непertурбативные подходы. Поле ультракороткого импульса оказывает на атомы встряскообразное возмущение. Это воздействие не осложнено длительным процессом временной эволюции и перестройки атомных состояний. Встряхивание атома обуславливает различные электронные переходы внутри атома, что сопровождается переизлучением налетающего ультракороткого импульса. Предварительно авторами исследовались неупругие процессы в атомах при столкновении с быстрыми многозарядными ионами и ультракороткими импульсами электромагнитного поля [2]. Полученные спектры переизлучения позволили исследовать корреляционные эффекты на примере атома гелия [3] и сформулировать динамические критерии корректности аналитических волновых функций [4]. В работе [5] были рассчитаны парциальные спектры переизлучения при взаимодействии с водородоподобными ионами или атомами.

Отдельной задачей является расчет спектров переизлучения ультракоротких импульсов электромагнитного поля на молекуле водорода. Расчет с молекулой водорода усложнен двухцентровым рассеянием падающего ультракороткого импульса, учетом межэлектронных корреляций и выстроенности рассеивающих центров. В общем случае мы можем использовать приближение Гайтлера-Лондона [6] для описания молекулы водорода, однако получение спектра переизлучения в аналитической форме в этом случае затруднительно. Однако в случае молекулярного иона водорода H_2^+ можно использовать наши расчеты по парциальным спектрам переизлучения ультракоротких импульсов на атоме водорода. Основная идея заключается в том, что ультракороткий импульс электромагнитного поля сопоставим по размерам с межъядерным расстоянием. Можно рассматривать взаимодействие с электроном отдельно на каждом ядре и на двух ядрах одновременно.

Пусть ультракороткий импульс электромагнитного поля гауссовой формы взаимодействует с молекулярным ионом. По сути дела на ион падает плоская электромагнитная волна в виде ультракороткого импульса длительностью τ . Напряженность электрического поля импульса задается выражением:

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{E}_0 \exp\left\{-\alpha^2 \left(t - \frac{\mathbf{k}_0 \mathbf{r}}{\omega_0}\right)^2\right\} \cos(\omega_0 t - \mathbf{k}_0 \mathbf{r}),$$

где α – параметр затухания в гауссовом импульсе принимает значения $\alpha = 1/\tau$, ω_0 – частота налетающего ультракороткого импульса, \mathbf{k}_0 – его волновой вектор, \mathbf{E}_0 – амплитуда напряженности поля в ультракоротком электромагнитном импульсе [1] (здесь и ниже использована атомная система единиц). Вероятность возбуждения атома в приближении внезапных возмущений:

$$W_{0n} = \left| \langle \varphi_n | \exp\left(-i\mathbf{q} \sum_{a=1}^N \mathbf{r}_a\right) | \varphi_0 \rangle \right|^2,$$

где φ_0 и φ_n принадлежат полной ортонормированной системе собственных функций невозмущенного гамильтониана, \mathbf{q} – переданный атому импульс при встряске ультракоротким импульсом. Просуммировав парциальный спектр по всем конечным состояниям атома φ_n , найдем полный спектр излучения для молекулярного иона:

$$\frac{d^2 W}{d\Omega_{\vec{k}} d\omega} = \frac{1}{(2\pi)^2 c^3 \omega} \langle \varphi_0 | \left[\frac{\partial \tilde{V}(\omega)}{\partial \vec{r}} \times \mathbf{n} \right] \left[\frac{\partial \tilde{V}^*(\omega)}{\partial \vec{r}} \times \mathbf{n} \right] | \varphi_0 \rangle.$$

где $\tilde{V}(\omega)$ – Фурье-образ возмущения со стороны ультракороткого импульса. В качестве волновых функций основного состояния для иона выберем [6] выражение

$$\psi = \left[2(1+S) \right]^{-1/2} (\psi_A + \psi_B),$$

где S – интеграл перекрытия, $\psi_{A,B}$ – водородоподобные волновые функции на первом и втором ядре. При подстановке данной волновой функции в выражение для спектра переизлучения получаем при произвольном конечном состоянии молекулярного иона:

$$\begin{aligned} \frac{d^2 W}{d\Omega_{\vec{k}} d\omega} &= \left[(1+S) \right]^{-1} \left(\frac{d^2 W_{AA}}{d\Omega_{\vec{k}} d\omega} + \frac{d^2 W_{AB}}{d\Omega_{\vec{k}} d\omega} \right), \\ \frac{d^2 W_{AA}}{d\Omega_{\vec{k}} d\omega} &= \frac{1}{(2\pi)^2 c^3 \omega} \langle \varphi_A | \left[\frac{\partial \tilde{V}(\omega)}{\partial \vec{r}} \times \mathbf{n} \right] \left[\frac{\partial \tilde{V}^*(\omega)}{\partial \vec{r}} \times \mathbf{n} \right] | \varphi_A \rangle, \\ \frac{d^2 W_{AB}}{d\Omega_{\vec{k}} d\omega} &= \frac{1}{(2\pi)^2 c^3 \omega} \langle \varphi_A | \left[\frac{\partial \tilde{V}(\omega)}{\partial \vec{r}} \times \mathbf{n} \right] \left[\frac{\partial \tilde{V}^*(\omega)}{\partial \vec{r}} \times \mathbf{n} \right] | \varphi_B \rangle. \end{aligned}$$

Первое слагаемое соответствует спектру переизлучения на отдельных центрах. Это соответствует двум последовательным взаимодействиям ультракороткого импульса с электроном на первом и втором ядре. Второе слагаемое интерференционное, представляет спектр переизлучения, когда электрон оказывается в поле импульса и поле обоих ядер одновременно. Проинтегрировав выражения по углам вылета переизлученных фотонов запишем для первого спектра:

$$\frac{d W_{AA}}{d \omega} = \frac{2}{3 \pi c^3 \omega} |f_0(\omega)|^2 E_0^2 \left(1 + \frac{\omega^2}{c^2}\right),$$

где функция $f_0(\omega)$ зависит от параметров ультракороткого импульса. Для второго слагаемого аналитического выражения получить не удастся, по численным оценкам оно составляет в первом приближении величину порядка $d W_{AB} / d \omega \approx S d W_{AA} / d \omega$. Роль этого слагаемого существенно возрастает при уменьшении межъядерного расстояния. В итоге мы получаем спектр переизлучения на молекулярном ионе в адиабатическом приближении. Учет переизлучения на двух центрах одновременно существенно меняет спектр.

Литература

1. Матвеев В.И. // ЖЭТФ. - 2003. - Т. 124. - № 5(11). - С. 1023.
2. Есеев М. К., Матвеев В. И. // ЖТФ. – 2008. - Т. 78. - №8. - С. 28.
3. Есеев М.К., Матвеев В.И. // Оптика и спектроскопия. - 2008. – Т. 104. - №6. - С. 885.
4. Есеев М.К., Абикулова Н.В., Юлкова В.М., Тюкин Д.А. // Труды XII-ой научной конференции молодых ученых и специалистов ОИЯИ. – Дубна, 2008. – С. 118.
5. Есеев М.К., Матвеев В.И., Абикулова Н.В. // Оптика и спектроскопия. - 2009. – Т. 106. - №2. - С. 231.
6. Давыдов А.С. // Квантовая механика. М.: Наука, 1973. 702 с.