

Секция «Математика и механика»

О некоторых свойствах функциональных систем специального вида

Стародубцев Дмитрий Евгеньевич

Аспирант

Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова,

Механико-математический факультет, Москва, Россия

E-mail: dmitry.starod@gmail.com

Эмиль Пост в своих работах [4, 5] описал замкнутые относительно операции суперпозиции классы булевых функций, показал, что мощность множества замкнутых классов в  $P_2$  счетная и все замкнутые классы имеют конечный базис. Для замкнутых классов многозначной логики не выполнено ни одно из вышеперечисленных свойств. С целью усилить оператор замыкания функций  $k$ -значной логики и тем самым облегчить задачу описания замкнутых классов вводится в рассмотрение операция обращения. Эта операция такова, что если у функции, полученной в результате, отождествить последнюю переменную с какой-либо другой переменной, то получим исходную функцию.

Усиленный вариант операции обращения рассматривался в дипломной работе Н. Т. Мартыновой [2]. В ней описаны множества булевых функций, замкнутые относительно операции обращения, отождествления переменных, переименования переменных, введения фиктивных переменных и композиции функций, а также доказано, что в  $P_2$  не существует конечных полных множеств функций при замыкании относительно всех вышеперечисленных операций, за исключением операции композиции функций.

Рассматриваются свойства классов булевых, замкнутых относительно множества операций, содержащего операцию обращения, но не содержащего операцию суперпозиции. Похожие задачи решались С. В. Яблонским [3] и Ю. В. Кузнецовым [1]. С. В. Яблонский рассматривал классы, инвариантные относительно введения и удаления фиктивных переменных, переименования переменных, подстановки констант. Ю. В. Кузнецов исследовал более общий случай, рассматривая вместо подстановки констант более широкий класс допустимых подстановок. Ими были выявлены многие свойства инвариантных классов, в частности показано, что мощность множества инвариантных классов в обоих случаях равняется мощности континуума.

В данной работе аналогичный результат получен для классов булевых функций, замкнутых относительно введения фиктивных переменных, переименования переменных, отождествления переменных и операции обращения. Также он доказан для некоторых модификаций операции обращения (а именно, при произвольном доопределении функции–результата на наборах, значение на которых не получается однозначно из описания операции обращения в первом абзаце).

Литература

1. Кузнецов Ю.В. О классах булевых функций, инвариантных относительно отождествления переменных // Доклады АН СССР; М., 1986. Т. 290. №4. С. 780–785.
2. Мартынова Н.Т. Вопросы полноты для некоторых функциональных систем булевых функций. Дипломная работа / МГУ им. М.В. Ломоносова. М., 2011.

3. Яблонский С.В. Об алгоритмических трудностях синтеза минимальных контактных схем // Проблемы кибернетики; М., 1959. Вып. 2. С. 75-121.
4. Post E. L. Determination of all closed systems of truth tables // Bull. of the AMS. 1920. Vol. 26, P. 437.
5. Post E. L. The two-valued iterative systems of mathematical logic // Annals of Math. Studies; London, 1941. Vol. 5.