Секция «Математика и механика»

Асимптотика решений уравнения Штурма-Лиувилля с колеблющимся потенциалом

Макина Назгуль Каирбергеновна

ЕНУ им. Л.Н.Гумилева, Механико-математический факультет, Астана, Казахстан
E-mail: nasgul28@mail.ru

Рассматривается уравнение

$$-y'' + q(x)y = 0,\ \ 0 \le x < +\infty \tag{1}$$

Для исследования асимптотического поведения решений уравнения (1) при$x \to \infty$ в случае растущей потенциальной функций $q(x)$, как правило, используются два метода: преобразование Лиувилля [2] и сведение уравнения (1) к системе уравнений первого порядка с дальнейшим применением теоремы Левинсона[3].

Преимуществом второго метода является возможность его использования и для уравнений порядка $2n$, $n > 1$.

Как правило на функцию $q(x)$ накладываются ограничения на "рост"и правильность поведения на бесконечности, смысл которых состоит в том, что функция $q(x)$ не может быть колеблющийся функцией.

Сформулируем наш основной результат.

Теорема1. *Пусть $q^*(x)$ функция М.Отелбаева* [1]. *Тогда, если*
1) $q^*(x) \to +\infty$ при $x \to +\infty$,
2) ${q^*}'(x) = o({q^*}^{\alpha}(x))$, $\ 0 < \alpha < \frac{3}{2}$ при $x \to +\infty$,
3) $|\sqrt{q^*(x)} \int_x^{\infty} \frac{q^*(t)-q(t)}{\sqrt{q^*(t)}} dt| \le r(x)$ для достаточно больших x, где $r(x) \in L[0, +\infty)$,
то уравнение (1) *имеет два линейно-независимых решения $y_{1,2}(x)$ таких, что при $x \to +\infty$*

$$y_{1,2}(x) \sim \frac{1}{\sqrt[4]{q^*(x)}} exp\{\pm \int_x^{\infty} \{\sqrt{q^*(t)}\} dt.$$

Аналогичный результат и для уравнения $(-1)^n y^{(2n)} + q(x)y = 0$.

Замечание. Примером функций $q(x)$, удовлетворяющей теореме, является функция $q(x) = x^{\alpha}\{1 + \sin e^x\}$.

Литература

1. Отелбаев М. К асимптотическим формулам собственных чисел оператора Штурма-Лиувилля. Сибирский математический журнал. Т. XXIV, №4. 1983,

2. Султанаев Я.Т. Об индексах дефекта и спектре неполуограниченного оператора Штурма-Лиувилля. ДАН. Т. 276. №5. 1984,

3. Федорюк М.В. Асимптотические методы для линейных обыкновенных дифференциальных уравнений. Наука. Москва. 1983.