Секция «Математика и механика»

Бинарные аддитивные задачи с квадратичными формами

Куртова Лилиана Николаевна

НИУ БелГУ, Педагогический институт, Факультет математики и естественнонаучного образования, Белгород, Россия
E-mail: kurtovaln@ya.ru

Рассматривается задача, родственная проблеме делителей Ингама.

Пусть d – отрицательное бесквадратное число, $F = Q(\sqrt{d})$ – мнимое квадратичное поле, δ_F – дискриминант поля F, $Q_1(\overline{m})$ и $Q_2(\overline{k})$ – бинарные положительно определенные примитивные квадратичные формы с матрицами A_1 и A_2, $\det A_1 = \det A_2 = -\delta_F$.

Получена асимптотическая формула для числа решений $I(n)$ определенного уравнения с квадратичными формами

$$Q_1(\overline{m}) + Q_2(\overline{k}) = n.$$

Теорема 1. Пусть ε – произвольное положительное число, δ_F – дискриминант поля F, $n \in N$. Справедливо равенство

$$I(n) = \frac{4\pi^2 n}{|\delta_F|} \sum_{q=1}^{+\infty} q^{-4} \sum_{\substack{l=1 \\ (l,q)=1}}^{q} e^{-2\pi i n l/q} G_1(q,l,\overline{0}) G_2(q,l,\overline{0}) + O(n^{3/4+\varepsilon}).$$

$G_i(q,l,\overline{0}) = \sum\limits_{\overline{m} \pmod q} \exp(2\pi i l Q_i(\overline{m})/q)$ $(i = 1,2)$ — двойные суммы Гаусса. Сумма особого ряда асимптотической формулы положительна.

Пусть

$$I(n,h) = \sum_{Q_1(\overline{m}) - Q_2(\overline{k}) = h} e^{-\frac{Q_1(\overline{m}) + Q_2(\overline{k})}{n}}.$$

Теорема 2. Пусть ε – произвольное положительное число, δ_F – дискриминант поля F, $n, h \in N$, $h \le n^{\varepsilon}$. Справедлива асимптотическая формула

$$I(n,h) = \frac{2\pi^2 n}{|\delta_F|} \sum_{q=1}^{+\infty} q^{-4} \sum_{\substack{l=1 \\ (l,q)=1}}^{q} e^{-2\pi i h l/q} G_1(q,l,\overline{0}) G_2(q,-l,\overline{0}) + O(n^{3/4+\varepsilon}).$$

$G_i(q,l,\overline{0}) = \sum\limits_{\overline{m} \pmod q} \exp(2\pi i l Q_i(\overline{m})/q)$ $(i = 1,2)$ — двойные суммы Гаусса. Сумма особого ряда асимптотической формулы положительна.

Доказательство теорем проводится круговым методом с использованием оценки А. Вейля [1] для суммы Клоостермана.

Литература

1. Estermann, T. On Klostermann's sum / T. Estermann // Mathematika. — 1961. — 8. — P. 83-86.