Секция «Вещественный, комплексный и функциональный анализ»

Промежуточная регулярность в многомерном гармоническом анализе

Фуфаев Денис Владимирович
Студент (специалист)
Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова,
Механико-математический факультет, Москва, Россия
E-mail: fufaevdv@rambler.ru

Рассматриваются две процедуры, возникающие в анализе Фурье: суммирование кратных рядов Фурье интегрируемой функции f методами Чезаро и Абеля,то есть сходимость средних вида

$$\sigma_{\mathbf{n}}(x) = \frac{1}{(n_1+1)\dots(n_N+1)} \sum_{|k_j|\leq n_j} S_{\mathbf{k}}(x),$$

$$f(\mathbf{r}, x) = \sum_{\mathbf{n}\in\mathbb{Z}^N} c_{\mathbf{n}} r_1^{|n_1|} \dots r_N^{|n_N|} e^{i(\mathbf{n}\cdot x)},$$

где $S_{\mathbf{k}}(x)$ — частичная сумма кратного ряда Фурье; и дифференцирование интеграла функции f, то есть предел вида

$$\lim_{\mathrm{diam}\Delta\to 0} \frac{1}{|\Delta|} \int\limits_{\Delta} f(x)dx.$$

Исследованная задача — сходимость данных величин к исходной функции f почти всюду. В многомерной ситуации, по сравнению с одномерной, возникает специфика, связанная с регулярностью либо возрастания мультииндекса, по которому идет суммирование, либо системы множеств, по которым ведется дифференцирование . Речь идет об ограниченности либо неограниченности величин $\max\limits_{1\leq i,j\leq N} \frac{n_i}{n_j}$, $\max\limits_{1\leq i,j\leq N} \frac{1-r_i}{1-r_j}$ и $\frac{\max\{b^1-a^1,\dots,b^N-a^N\}}{\min\{b^1-a^1,\dots,b^N-a^N\}}$ в соответствующем случае. Классические результаты (см. [1]) имели дело либо с регулярным случаем, когда эти парамаетры равномерно ограничены, либо с нерегулярной, когда они могут принимать сколь угодно большие значения. В докладе будет рассказано о случае промежуточной регулярности и полученных в этом случае промежуточных достаточных для сходимости почти всюду условиях на функцию f.

Источники и литература

1) Зигмунд А. Тригонометрические ряды, т.2. М., 1965.