Секция «Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление»

Фазовые перестройки динамической системы с импульсным воздействием

Ивановский Леонид Игоревич[1], Самсонов Сергей Олегович[2]
1 - Ярославский государственный университет им. П.Г. Демидова, Ярославль, Россия; 2 - Ярославский государственный университет им. П.Г. Демидова, Ярославль, Россия
E-mail: leon19unknown@gmail.com

Цепочка сингулярно возмущенных релаксационных осцилляторов с запаздыванием:

$$\dot{u_j} = d(u_{j+1} - 2u_j + u_{j-1}) + \lambda[-1 + \alpha f(u_j(t-1)) - \beta g(u_j)]u_j, j = \overline{1,3}, \tag{1}$$

где $u_0 = u_1, u_3 = u_4$, параметры $\lambda >> 1, \beta > 0, \alpha > 1 + \beta$, а гладкие функции $f(u), g(u)$ удовлетворяют условиям $f(0) = g(0) = 1, f(u), g(u), uf'(u), ug'(u) = O(1/u)$ при $u \to +\infty$, в статьях [1, 2] сводится к системе двух дифференциальных уравнений с импульсным воздействием. Изучается следующее отображение:

$$\Pi(z) : \begin{pmatrix} z_1 \\ z_2 \end{pmatrix} \to \begin{pmatrix} y_1(T^*) \\ y_2(T^*) \end{pmatrix}, \tag{2}$$

где $(y_1(T^*), y_2(T^*))^T$ - решения системы (1) и начальными условиями $y_1(0) = z_1, y_2(0) = z_2$.Функции $y_1(t)$ и $y_2(t)$ связаны с исходными переменными приближенными равенствами $y_1 \approx \ln u_2 - \ln u_1, y_2 \approx \ln u_3 - \ln u_2$ и характеризуют фазовые сдвиги между компонентами системы (1). Величина $T^* = \alpha + 1 + (\beta + 1)/(\alpha - \beta - 1)$ определяет главную часть периода одиночного осциллятора системы (1).

В [1, 2] доказано, что экспоненциально устойчивым неподвижным точкам отображения (2) соответствуют орбитально асимптотически устойчивые циклы системы (1). Анализ отображения (2) показывает, что при достаточно малых значениях d, оно точно имеет 3 устойчивые неподвижные точки, при этом нулевое состояние равновесия устойчиво при любых значениях d. Задача состоит в определении таких α и β, при которых, отображение (2) имеет большее число состояний равновесия. При относительно малых значениях d не трудно численно обнаружить состояния равновесия, предсказанные аналитически. Для поиска других неподвижных точек зафиксируем величины α и β и будем менять значения параметра d. В статье [3] подробно разбираются 2 примера в первом из которых наблюдается 5, а во втором - 7 устойчивых состояний равновесия.

Источники и литература

1) Глызин С.Д., Колесов А.Ю., Розов Н.Х. Релаксационные автоколебания в нейронных системах. II // Дифференциальные уравнения. 2011. Т. 47, № 12. С. 1675 – 1692.
2) Глызин С.Д., Колесов А.Ю., Розов Н.Х. Релаксационные автоколебания в нейронных системах. III // Дифференциальные уравнения. 2012. Т. 48, № 2. С. 155 – 170.
3) Ивановский Л.И., Самсонов С.О. Фазовые перестройки одной динамической системы с импульсным воздействием // Модел. и анализ информ. систем. 2014. Т. 21, № 6, с. 179 – 181.