Секция «Теория вероятностей и математическая статистика»

Система с приоритетным обслуживанием и ненадежным прибором

Айбатов Серик Жагалбаевич

Аспирант

Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова,
Механико-математический факультет, Кафедра теории вероятностей, Москва, Россия

E-mail: capseriktoday@mail.ru

Рассматривается одноканальная система массового обслуживания с ненадежным прибором и двумя типами поступающих требований. Прибор может выходить из строя и восстанавливаться. Этот процесс определяется двумя независимыми последовательностями, каждая из которых состоит из независимых одинаково распределенных случайных величин. При этом время рабочего состояния распределено экспоненциально с параметром ν, а время восстановления имеет функцию распределения $D(x)$, преобразование Лапласа-Стильтьеса (ПЛС) $\delta(s)$ и среднее d.

Входящие потоки — пуассоновские соответственно с параметрами λ_1 и λ_2. Времена обслуживания требований i-го типа $(i = 1, 2)$ образуют последовательность $\{\eta_n^i\}_{n=1}^{\infty}$ независимых одинаково распределенных случайных величин с функцией распределения $B_i(x)$, средним b_i и ПЛС $\beta_i(s)$. Если обслуживание требования было прервано, то после устранения прерывания требование дообслуживается.

В данной модели, требования второго типа имеют абсолютный приоритет относительно требований первого типа. То есть, если во время обслуживания требования первого типа приходит требование второго типа, то обслуживание неприоритетного требования останавливается и начинается обслуживание приоритетного требования.

Модель можно рассматривать с точки зрения требований первого типа (эту систему будем обозначать S_1) и с точки зрения требований второго типа (система S_2).

В системе S_1 мы имеем один прибор и два вида прерываний. Первый вид прерываний связан с поломкой прибора, а второй вид — с приходом приоритетного требования. Заметим, что эти прерывания могут возникнуть в любой момент.

Пусть q_n — количество требований в системе S_1 в момент ухода n-го требования. Тогда справедлива следующая теорема.

Теорема 1. *Если $\rho_1 = \lambda_1 a_1 < 1$, тогда существуют предельные (стационарные) вероятности состояний $p_i = \lim_{n\to\infty} \mathsf{P}(q_n = i), \{i = 0, 1, \dots\}$ и для функции $P_1(z) = \sum_{i=0}^{\infty} p_i z^i$ справедливо следующее соотношение*

$$P_1(z) = \frac{\alpha_1(\lambda_1 - \lambda_1 z) - z\alpha_1^*(\lambda_1 - \lambda_1 z)}{\alpha_1(\lambda_1 - \lambda_1 z) - z} p_0, \tag{1}$$

где $p_0 = \frac{1-\rho_1}{1-\rho_1+\lambda_1 a_1^*}$, функции $\alpha_1(s)$ и $\alpha_1^*(s)$ находятся с помощью следующих формул

$$\alpha_1(s) = \beta_1(s + \nu + \lambda_2 - (\nu + \lambda_2)\mathcal{X}(s)), \alpha_1^*(s) = \frac{\lambda_1}{\lambda_1 + \lambda_2 - \lambda_2\pi(\lambda_1)} \left[1 + \lambda_2 \frac{\pi(s) - \pi(\lambda_1)}{\lambda_1 - s}\right] \alpha_1(s).$$

А a_1 и a_1^* математические ожидания, соответствующие $\alpha_1(s)$ и $\alpha_1^*(s)$.
Если $\rho \geqslant 1$, то $q_n \to \infty$ при $n \to \infty$.

Слова благодарности

Автор выражает глубокую благодарность проф. Л.Г. Афанасьевой за постоянное внимание к работе и ценные замечания, существенным образом способствовавшие написанию работы.