Секция «Теория вероятностей и математическая статистика»

Асимптотическое поведение обобщенных процессов восстановления

Соколова Анна Ильинична

Студент (специалист)

Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова,
Механико-математический факультет, Москва, Россия

E-mail: ale4kasokolova@gmail.com

Рассмотрим некоторые обобщения процессов восстановления:

- $S_{k+n} = X_0 + \ldots + X_{k-1} + T_1 + \ldots + T_n$, где все слагаемые – независимые неотрицательные случайные величины, $F_i(x)$ – функция распределения X_i, T_j – одинаково распределенные величины с ф.р. $F(x)$. Назовем величины X_i, T_j промежутками между восстановлениями, а S_n – моментами восстановления. Процесс $\{S_n\}_0^\infty$ назовем *запаздывающим процессом восстановления.*
- $S_n = T_0 + \ldots + T_n$, где все слагаемые – независимые неотрицательные случайные величины, $F_i(x)$ - ф.р. величин T_{kl+i} , $i = 0, \ldots, l-1$ для некоторого $l \geqslant 1$, $k = 0, 1, 2, \ldots$. Величины T_j – промежутки между восстановлениями, S_n – моменты восстановления, а сам процесс $\{S_n\}_0^\infty$ – *периодический процесс восстановления.*
- *Альтернирующий процесс восстановления* $S_n = T_0 + \ldots + T_n$, где все слагаемые – независимые неотрицательные случайные величины, $F_i(x)$ – ф.р. величин T_{2k+i} , $i = 0, 1$, $k = 0, 1, 2, \ldots$. Для любого $k \geqslant 0$ назовем S_{2k} моментами поломки, а S_{2k+1} – моментами восстановления и рассмотрим количество поломок и восстановлений на промежутке от 0 до t.

Целью представленной работы является изучение асимптотического поведения описанных процессов, их распределений, а также соответствующих функций восстановления.

С помощью тауберовой теоремы и критерия Колмогорова сходимости почти всюду найдены асимптотики соответствующих функций восстановления, а также получены аналоги центральной предельной теоремы и усиленного закона больших чисел для описанных процессов.

Основные этапы решения:

- Определение явного вида рассматриваемых функций восстановления, а также уравнений восстановления, решениями которых являются эти функции.
- Нахождение порядка приближения функций восстановления, используя их преобразования Лапласа.
- Исследование предельного поведения и распределения процессов, исходя из асимптотического поведения последовательности моментов восстановления.

Теорема: *Если $F(x)$ – функция распределения с математическим ожиданием $\mu < \infty$ и дисперсией σ^2, а $F_i(x)$ – функции распределения с математическим ожиданием $\mu_i < \infty$ и дисперсией σ_i^2 соответственно, $i = 0, 1, \ldots, k-1$, то при $t \to \infty$*

$$\frac{N_t}{t} \to \frac{1}{\mu} \text{ п.н.},$$

где $N_t = \min\{k \geqslant 0 : S_k > t\}$ – количество восстановлений на отрезке $[0, t]$ для запаздывающего процесса восстановления.

Источники и литература

1) Афанасьева Л.Г., Булинская Е.В. Случайные процессы в теории массового обслуживания и управления запасами, М.: Изд-во МГУ, 1980.
2) Боровков А.А. Теория вероятностей, М.: Эдиториал УРСС, 1999.
3) Феллер В. Введение в теорию вероятностей и ее приложения, т. 2. - М.: Мир, 1984.

Слова благодарности

Автор выражает искреннюю благодарность своему научному руководителю профессору Булинской Екатерине Вадимовне за постановку задачи и внимание к работе.