

**Топологические инварианты гамильтоновых систем с одной степенью свободы  
в некомпактном случае**

**Николаенко Станислав Сергеевич**

*Аспирант*

Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова,  
Механико-математический факультет, Кафедра дифференциальной геометрии и  
приложений, Москва, Россия

*E-mail: nikostas@mail.ru*

Теория топологической классификации интегрируемых по Лиувиллю гамильтоновых систем с двумя степенями свободы, построенная А. Т. Фоменко и его школой, позволяет проводить качественный анализ интегрируемых случаев динамики [1, 2]. С помощью этой теории были найдены топологические инварианты многих интегрируемых задач механики и физики. В частности, для этих задач была исследована топология слоения Лиувилля, определяемого в типичном случае замыканиями интегральных траекторий общего положения. Однако методы данной теории, вообще говоря, применимы лишь в “компактном” случае, то есть когда все слои слоения Лиувилля компактны. В то же время в известно множество примеров интегрируемых систем с “некомпактными” слоениями Лиувилля. В этом случае могут возникать некоторые интересные эффекты. Например, пространство слоёв уже может быть нехаусдорфовым. Кроме того, в окрестности регулярного слоя слоение Лиувилля не обязано быть тривиальным, что в “компактном” случае следует из классической теоремы Лиувилля.

Попытки распространить теорию Фоменко на “некомпактный” случай были начаты с рассмотрения гамильтоновых систем с одной степенью свободы на двумерном симплектическом многообразии (не обязательно компактном). Любая такая система вполне интегрируема по Лиувиллю: её единственным первым интегралом является сама функция Гамильтона. В действительности рассматривалась даже более общая задача: для пары  $(M^2, f)$ , где  $M^2$  – гладкое многообразие без края (возможно, некомпактное), а  $f$  – функция Морса на нём, построить полный топологический инвариант слоения  $M^2$  на связные компоненты линий уровня функции  $f$ . Решение этой задачи получено в виде соответствующего инварианта, имеющего сходную структуру с аналогичным инвариантом в “компактном” случае.

**Источники и литература**

- 1) Болсинов А.В., Фоменко А.Т. Интегрируемые гамильтоновы системы. Геометрия, топология, классификация. Ижевск, 1999.
- 2) Фоменко А.Т., Цишанг Х. Топологический инвариант и критерий эквивалентности интегрируемых гамильтоновых систем с двумя степенями свободы // Изв. АН СССР, Сер. матем. 1990. Т. 54, вып. 3. С. 546-575.

**Слова благодарности**

Автор выражает глубокую благодарность своему научному руководителю академику РАН А.Т. Фоменко за постановку задачи и постоянное внимание к работе, а также всему коллективу кафедры дифференциальной геометрии и приложений механико-математического факультета МГУ за ценные обсуждения и замечания.