Секция «Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление»

Формула для решения уравнения Шрёдингера с помощью оператора сдвига.

Гончаровский Евгений Геннадьевич[1], Атымханова Мадина Абзалкызы[2], Павловский Ян Юрьевич[3]

1 - Московский государственный технический университет имени Н.Э. Баумана, Информатика и системы управления, Москва, Россия; 2 - Московский государственный технический университет имени Н.Э. Баумана, Информатика и системы управления, Москва, Россия; 3 - Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова, Механико-математический факультет, Кафедра математического анализа, Москва, Россия

E-mail: egoncharovsky@gmail.com

В докладе представлены методы приведения формулы для решения задачи Коши к явному виду. Как оказалось, теорема Ремизова [1] пригодна не только для получения квазифеймановских формул, но и для представления решения задачи Коши для уравнения Шрёдингера в виде формул нового типа, содержащих оператор сдвига и оператор умножения на функцию.

Недавно И.Д. Ремизов показал [2], что задача Коши:

$$\begin{cases} \psi'_t(t,x) = \frac{1}{4}i\psi''_{xx}(t,x) - iV(x)\psi(t,x) = iH\psi(t,x), & t \in \mathbb{R}^1,\ x \in \mathbb{R}^1 \\ \psi(0,x) = \psi_0(x), & x \in \mathbb{R}^1 \end{cases} \tag{1}$$

имеет решение, представимое в виде формул

$$\psi(t,x) = \left(\lim_{n\to\infty} \lim_{k\to\infty} \sum_{m=0}^{k} \sum_{q=0}^{m} \frac{(-1)^{m-q}(in)^m}{q!(m-q)!} (S(t/n))^q \psi_0 \right)(x), \tag{6}$$

$$\psi(t,x) = \left(\lim_{n\to\infty} \lim_{k\to\infty} \sum_{q=0}^{k} \frac{k!(k-in)^{k-q}(in)^q}{q!(k-q)!k^k} (S(t/n))^q \psi_0 \right)(x). \tag{7}$$

Функция, являющаяся решением, представляется в виде выражения, содержащего степени оператора сдвига и умножения на функцию:

$$(S(t)f)(x) = \frac{1}{4}\left[f(x+\sqrt{t}) + 2f(x) + f(x-\sqrt{t}) \right] - \operatorname{arctg}\,[tV(x)]f(x). \tag{4}$$

В настоящем сообщении эти степени вычисляются явно, и приводятся полученные формулы.

Источники и литература

1) I.D. Remizov. Quasi-Feynman formulas – a method of obtaining the evolution operator for the Schrödinger equation// Journal of Functional Analysis, Available online 14 December 2015
2) И.Д. Ремизов. Решение уравнения Шрёдингера с помощью оператора сдвига. // Представлена в журнал "Математические заметки@"