

Секция «Математическая логика, алгебра и теория чисел»

Простые матрицы над тропическим полукольцом

Марченков Тимофей Алексеевич

Студент (специалист)

Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова,
Механико-математический факультет, Кафедра высшей алгебры, Москва, Россия

E-mail: mta83@yandex.ru

Определение 1. Множество S с бинарными операциями $(+, *)$ называется полукольцом, если

1. S является моноидом относительно операции сложения (т.е. существует $0 \in S$ такой, что для любого $a \in S : a + 0 = 0 + a = a$, а также S замкнуто относительно данной операции, и сложение ассоциативно).

2. S является полугруппой относительно операции умножения.

3. Умножение дистрибутивно (справа и слева) относительно сложения.

4. Для любого $a \in S : a * 0 = 0 * a = 0$.

Определение 2. Структура $(R \cup \{-\infty\}, \max, +)$ называется тропическим полукольцом. (R - множество действительных чисел, \max - операция максимума.)

Определение 3. Матрица A является мономиальной, если в любой её строке и в любом её столбце ровно один элемент отличен от 0 (от нейтрального элемента относительно операции сложения).

Определение 4. Матрица A называется простой, если

1. A — не мономиальна.

2. Из любой факторизации $A = B * C$ следует, что либо B — мономиальна, либо C — мономиальна.

В представленной работе теоремы из статьи [1] о неотрицательных матрицах обобщены на тропическое полукольцо. С их помощью удалось классифицировать простые матрицы размерностей $n=1,2,3$ над тропическим полукольцом, а также получить некоторые достаточные условия для размерностей $n=4,5$.

Источники и литература

- 1) Daniel J. Richman and Hans Scheuder. Primes in the semigroup of non-negative matrices. Linear and Multilinear Algebra, 1974. Vol.2, p.p.135-140

Слова благодарности

Автор выражает благодарность своему научному руководителю, старшему научному сотруднику, Крейнес Е.М. за постановку задачи и постоянное внимание к работе.