

**Диффузия Арнольда в окрестности сильных резонансов**

**Давлетшин Марс Наилевич**

*Аспирант*

Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова,  
Механико-математический факультет, Кафедра теоретической механики и мехатроники,  
Москва, Россия

*E-mail: marsdavletshin@mail.ru*

В статье [1] был указан пример гамильтоновой системы, близкой к интегрируемой,  $\dot{x} = \partial H / \partial y$ ,  $\dot{y} = -\partial H / \partial x$ ,  $H = H_0(y) + \varepsilon H_1(x, y, t, \varepsilon)$ , где  $x \in \mathbb{T}^n$ ,  $y \in \mathbb{R}^n$ ,  $t \in \mathbb{T}$  с выпуклым по переменным действия  $y$  гамильтонианом и  $n = 2$ , у которой переменные  $y$  могут изменяться на величину порядка 1 вдоль траектории при как угодно малом  $\varepsilon > 0$ . Численные эксперименты показывают, что эволюция переменных  $y$  складывается из суммы малых колебаний и случайного блуждания. Это явление было названо диффузией Арнольда. Была высказана гипотеза, что данное явление является типичным.

В настоящей работе рассматривается гамильтонова система, близкая к интегрируемой, с гамильтонианом  $H = H_0 + \varepsilon H_1 + O(\varepsilon^2)$ . Здесь динамика системы с невозмущенным гамильтонианом  $H_0$  – комбинация системы с одной степенью свободы с гиперболическим положением равновесия и  $n$ -мерного ротатора. Координаты  $y = (y_1, \dots, y_n)$  в невозмущенном случае являются первыми интегралами ротатора и становятся медленными переменными в возмущенном случае. Такие системы называют априори неустойчивыми системами. В статье [2] доказывается наличие диффузии Арнольда в типичной априори неустойчивой многомерной гамильтоновой системе вне малой окрестности резонансов низкого порядка, а в работе [3] наличие диффузии медленных доказано для одномерного пространства медленных переменных. В настоящей работе доказывается наличие диффузии для  $n > 1$  в окрестности резонансов низкого порядка при следующем упрощающем предположении. Пусть  $H_1$  – возмущение в первом приближении – является тригонометрическим полиномом по переменным “угол”  $x = (x_1, \dots, x_n)$ . Тогда для типичной функции  $H_1$  из пространства тригонометрических по переменным  $x$  степени не выше  $N$ , где  $N \geq 1$ , существуют траектории, проекции на пространство медленных переменных которых пересекают некоторые малые окрестности резонансов. Также дается оценка времени этого пересечения. Комбинируя данные результаты с результатами работы [2], получаем доказательство наличия диффузии Арнольда во всем пространстве действий для систем такого вида.

**Источники и литература**

- 1) В. И. Арнольд, “О неустойчивости динамической системы со многими степенями свободы”, Докл. АН СССР, 156:1 (1964), 9–12.
- 2) Treschev D., Arnold diffusion far from strong resonances in multidimensional a priori unstable Hamiltonian systems, Nonlinearity Vol. 25 (2012) 2717–2757.
- 3) Treschev D., Evolution of slow variables in a priori unstable Hamiltonian systems. Nonlinearity 17 (2004), no. 5, 1803–1841.

**Слова благодарности**

Докладчик выражает благодарность проф. Д.В. Трещёву за помощь и поддержку при работе над настоящим исследованием.