

Секция «Теория вероятностей и математическая статистика»

Некоторые условные границы средних максимумов

Иванов Даниил Владимирович

Аспирант

Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова,
Механико-математический факультет, Кафедра теории вероятностей, Москва, Россия
E-mail: ashtynbamba@gmail.com

Пусть X_1, \dots, X_n – независимые одинаково распределённые случайные величины. Обозначим

$$M_n = \max(X_1, \dots, X_n).$$

Цель работы – исследование границ возможных значений EM_n (средних максимумов). Средние максимумы используются в актуарной математике (премии Ванга с дуально-степенной функцией искажения [2]) и финансовой математике (меры риска $MINVaR_n$ [3]). В работе [4] было показано, что при $EX_i = 0, DX_i = 1$:

$$EM_n \leq \frac{n-1}{\sqrt{2n-1}},$$

причём эта граница достигается.

В работе [1] были получены границы EM_n при $EX_i = 0, DX_i = 1$ и известном $EM_m, m \neq n$, однако не проверена точность и достижимость этих границ. В работе автора уточнена граница для частного случая $n = 3, m = 2$, а именно, показано, что при $EM_2 \in \left[\frac{\sqrt{5}}{4}, \frac{1}{\sqrt{3}} \right]$ приведённая граница достигается.

Кроме того, автором была получена граница EM_2 при $EX = 0, E|X|^p = 1, p > 1$:

$$EM_2 \leq \left(\frac{1}{q+1} \right)^{\frac{1}{q}},$$

где $\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = 1$, и доказано, что эта граница достигается. Получены и некоторые другие интересные результаты об условных границах средних максимумов.

Источники и литература

- 1) Григорьева М.А. Условные границы мер риска в финансовой математике. Современные проблемы математики и механики, 2015, том X, №3, с.63-82.
- 2) Ирхина Н.А. Принцип Ванга в математической теории страхования. Диссертация на соискание степени кандидата физ.-мат. наук, 2010.
- 3) Cherny A., Weighted $V@R$ and its properties // Finance and Stochastics, 2006, v. 10, p. 367–393.
- 4) Hartley H.O., David H. A., Universal bounds for mean range and extreme observation // The Annals of Mathematical Statistics, 1954, v. 25, p. 85–99.

Слова благодарности

Автор выражает признательность доценту, к.ф.-м.н. Лебедеву А.В. за руководство в работе, помощь в подготовке тезисов, замечания и предложения.