Секция «Теория вероятностей и математическая статистика»

Асимптотика вероятностей больших уклонений для простого осциллирующего случайного блуждания.

Научный руководитель – Козлов Михаил Васильевич

Ветрова Елена Леонидовна
Аспирант
Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова, Механико-математический факультет, Кафедра математической статистики и случайных процессов, Москва, Россия
E-mail: vetroel@gmail.com

Пусть $X_1, ..., X_n$ и $Y_1, ..., Y_n$ – последовательности независимых одинаково распределенных случайных величин, принимающих значения 1 и -1 с вероятностями p, $q = 1 - p$ и $\widetilde{p}$, $\widetilde{q} = 1 - \widetilde{p}$ соответственно.

Введем марковскую цепь $\widetilde{S}_n$, полагая $\widetilde{S}_0 = 0$,

$$\widetilde{S}_{n+1} = \begin{cases} \widetilde{S}_n + X_{n+1} & \text{если } \widetilde{S}_n > 0, \\ \widetilde{S}_n + Y_{n+1} & \text{если } \widetilde{S}_n < 0, \end{cases}$$

при $\widetilde{S}_n = 0$ случайная величина $\widetilde{S}_{n+1}$ принимает значения 1 или -1 с равными вероятностями. Положим

$$\widetilde{M}_n = \max(\widetilde{S}_j : j \leq n),\ \widetilde{T}(x) = \inf(k : \widetilde{S}_k > x).$$

В настоящей работе получены асимптотики вероятностей $\mathbf{P}(\widetilde{S}_n > tn)$, $\mathbf{P}(\widetilde{T}(nt) = n)$ и $\mathbf{P}(\widetilde{M}_n > tn)$ при $t \in [\alpha, \beta] \subset (p - q, 1)$, в предположении, что $p > q$. В каждой из нижеприведенных теорем найден вид соответствующих констант $\widetilde{C}(t)$, $\widetilde{C}_1(t)$ и $\widetilde{C}_2(t)$.

Теорема 1. Для последовательности случайных величин $\widetilde{S}_n$ при $n \to \infty$ выполняются соотношения:
(i) Равномерно по $t \in [\alpha, \beta] \subset (p - q, 1)$ при $k = o(\sqrt{n}) \geq 0$

$$\mathbf{P}(\widetilde{S}_{n-k} > nt) \sim \theta^{-k}(\lambda_t)\widetilde{C}(t)n^{-1/2}e^{-n\psi(t)}, n \to \infty,$$

где $\theta(\lambda) = \mathbf{E}e^{\lambda X_i}$ и λ_t – корень уравнения $\mu(\lambda) = t$.
(ii) Равномерно по n, k и t таких, что $\frac{nt}{k} \in [\alpha, \beta] \subset (p - q, 1)$,

$$\mathbf{P}(\widetilde{S}_k > nt) \sim \widetilde{C}\left(\frac{nt}{k}\right)k^{-1/2}e^{-n\psi(\frac{nt}{k})}, n \to \infty.$$

Теорема 2. Для последовательности случайных величин $\widetilde{T}(nt)$ при $n \to \infty$ выполняются соотношения:
(i) Равномерно по $t \in [\alpha, \beta] \subset (p - q, 1)$ при $n \to \infty$ для $k = o(\sqrt{n}) \geq 0$

$$\mathbf{P}(\widetilde{T}(nt) = n - k) \sim \widetilde{C}_1(t)\theta^{-k}(\lambda_t)n^{-\frac{1}{2}}e^{-n\psi(t)}.$$

(ii) Равномерно по n, k и t таких, что $\frac{nt}{k} \in [\alpha, \beta] \subset (p - q, 1)$,

$$\mathbf{P}(\widetilde{T}(nt) = k) \sim \widetilde{C}_1\left(\frac{nt}{k}\right)k^{-\frac{1}{2}}e^{-k\psi(\frac{nt}{k})}, n \to \infty.$$

Теорема 3. Для последовательности случайных величин $\widetilde{M}_n$ при $n \to \infty$ выполняются соотношения: Равномерно по $t \in [\alpha, \beta] \subset (p - q, 1)$

$$\mathbf{P}(\widetilde{M}_n > nt) \sim \widetilde{C}_2(t)n^{-\frac{1}{2}}e^{-n\psi(t)}, n \to \infty.$$