

О связи между функцией цены и оптимальностью момента остановки

Научный руководитель – Жуленев Сергей Викторович

Филатов Андрей Сергеевич

Аспирант

Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова,
Механико-математический факультет, Кафедра теории вероятностей, Москва, Россия
E-mail: philatovandrey@mail.ru

Задачам об оптимальной остановке посвящено множество статей и научных работ, так как они находят достаточно широкое применение в таких областях, как математическая статистика и финансовая математика. Данный вид задач является одним из самых известных в теории вероятностей.

В работе рассматривается простейшая задача оптимальной остановки для стандартного случайного блуждания $\{S_k, 0 \leq k \leq n\}$ частицы по целочисленной решетке плоскости на конечном временном интервале от 0 до n :

$$V = \sup_{\tau \in \mathcal{M}} Ef(S_\tau, M_n),$$

где $f(s, t)$ – целевая функция (функция цены), $M_n = \sup_{0 \leq k \leq n} S_k$ – максимум полной траектории блуждающей частицы на всем отрезке, \mathcal{M} – множество произвольных целочисленных случайных величин τ с возможными значениями $0, 1, \dots, n$, причем $S_\tau = \sum_0^\tau S_k I(\tau = k)$.

В рамках данной задачи рассматривается идея о связи между формой поверхности $y = f(s, t)$ целевой функции и оптимальным моментом остановки. Существование данной связи не подвергается сомнению, но получение ее явного вида в общем случае не представляется возможным. Поэтому предлагается уменьшить множество \mathcal{M} произвольных целочисленных случайных величин τ с возможными значениями $0, 1, \dots, n$ до его подмножества \mathcal{M}_1 , состоящего из постоянных $\tau \equiv k, 0 \leq k \leq n$.

В результате реализации данной идеи для малых n удается получить явное и простое выражение для связи между оптимальным моментом остановки и функцией цены.