Секция «Теория вероятностей и математическая статистика»

Об оценивании параметров нормального распределения с помощью экстремальных статистик

Научный руководитель – Зубков Андрей Михайлович

Хиль Елена Викторовна

Кандидат наук

Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова, Механико-математический факультет, Кафедра математической статистики и случайных процессов, Москва, Россия

E-mail: elena.hill@gmail.com

Доверительное оценивание параметров распределений – классическая задача математической статистики. Для оценивания параметров нормального распределения в силу своих свойств обычно используются достаточные статистики $\overline{X}$ и S^2 (выборочные среднее и дисперсия соответственно). Однако возможны и другие подходы, например, хорошо изучено применение порядковых статистик для оценки параметров сдвига и масштаба, в частности, и в случае нормального распределения [1].

В настоящей работе рассматривается доверительная область для параметров нормального распределения, построенная по крайним членам вариационного ряда – выборочным минимуму и максимуму.

Пусть $\xi_1, \xi_2, \ldots, \xi_n$ – независимые одинаково распределенные случайные величины, имеющие нормальное распределение с неизвестными параметрами a, σ^2. Построим по ним случайные величины $\eta_i = \Phi\left(\frac{\xi_i - a}{\sigma}\right)$, $i = 1, \ldots, n$, где $\Phi(u)$ – функция распределения стандартного нормального распределения, и зададим доверительную область следующими условиями: $\min_{1\le i\le n}\eta_i \ge \beta$, $\max_{1\le i\le n}\eta_i \le 1-\beta$, $\max_{1\le i\le n}\eta_i - \min_{1\le i\le n}\eta_i \ge 1-\delta$. Параметры β и δ подбираются так, чтобы получить заданный доверительный уровень.

В работе проведено исследование свойств полученной области, в том числе изучен вопрос оптимизации размеров. Кроме того, проводится сравнение с областью, построенной по $\overline{X}$ и S^2. С помощью численного моделирования показано, что если число элементов выборки мало ($n \le 7$), то полученная в работе область с большой вероятностью имеет меньшую площадь, чем область, построенная по $\overline{X}$ и S^2.

Источники и литература

1) Дэйвид Г. Порядковые статистики. М., 1979.