Секция «Теория вероятностей и математическая статистика»

Предельные теоремы для числа занятых приборов в некоторых бесконечноканальных системах

Научный руководитель – Баштова Елена Евгеньевна

Хохряков Вячеслав Альбертович

Студент (специалист)

Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова,
Механико-математический факультет, Кафедра теории вероятностей, Москва, Россия
E-mail: hohsl@yandex.ru

В моем докладе будет рассмотрена бесконечноканальная система массового обслуживания, с потоком заявок, который является дважды стохастическим пуассоновским процессом (ДСПП), определенным соответственно книге J. Grandell [2]. Обозначим этот процесс как $A(t)$, а его ведущий процесс как $\Lambda(t,\omega)$, где $\{\lambda(t,\omega), t \geq 0\}$ - интенсивность ДСПП. Обозначим $\mathbb{E}\lambda(t) = \lambda < \infty$.

Будем считать, что для входящего потока выполнено следующее условие:
Условие 1. Существуют постоянные $\alpha, c_0 > 0$ такие, что для $x \geq 0$ выполнено

$$|r(x)| = |Cov(\lambda(0), \lambda(x))| \leq \frac{c_0}{(1+x)^{\alpha}}$$

Все приборы в системе одинаковые и времена обслуживания заявок в системе представляют собой последовательность $\{\eta_i\}_{i=1}^{\infty}$ н.о.р. случайных величин с функцией распределения $B(t)$. Обозначим $\overline{B}(t) = 1 - B(t)$.

В работе Чернавской Е.А. [4] была рассмотрена аналогичная система со следующим условием на функцию $\overline{B}(t)$:
Условие 2. Существуют положительные постоянные c_1, c_2 и $0 < \Delta < 1$ такие, что для всех $t \geq 0$ выполнено

$$\frac{c_1}{(1+t)^{\Delta}} \leq \overline{B}(t) \leq \frac{c_2}{(1+t)^{\Delta}}$$

Отмечу, что из этого условия следует, что $\int\limits_0^{\infty} x dB(x) = \infty$, т.е. нет конечного среднего времени обслуживания.

В своем докладе я рассмотрю два крайних случая. Обозначим $\beta(t) = \int\limits_0^{t} \overline{B}(x)dx$. Тогда рассмотрим

1) $\Delta = 1$. Тогда $\beta(t) = \int_0^t \overline{B}(u)\,du \sim ln(t)$;
2) $\beta(t) = \int_0^t \overline{B}(u)\,du \sim \dfrac{t}{ln(t)}$, т.е. как будто "$\Delta = 0$".

Целью исследования было рассмотреть асимптотическое поведение процесса $q(t)$, который представляет собой число заявок, находящихся в системе в момент времени t, на больших промежутках времени.

В результате проведенного анализа я показал, при каких значениях параметра α для системы выполнены аналоги Закона больших чисел и Центральной предельной теоремы (для каждого случая).

Источники и литература

1) Афанасьева Л.Г., Булинская Е.В. Случайные процессы в теории массового обслуживания и управления запасами. Издательство МГУ, 1980.
2) J. Grandell. Doubly Stochastic Poisson Processes. // Springer-Verlag. Berlin. Heidelberg. New-York. 1976.
3) Яровая Е. Б. Модели ветвящихся блужданий и их применение в теории надежности. // Автоматика и телемеханика, №7, 2010.
4) Е. А. Чернавская, “Предельные теоремы для системы обслуживания с бесконечным числом приборов”. // Матем. заметки, 98:4 (2015), 590–605.