

**Исследование задач о фильтрации суспензий через пористые материалы в рамках нелинейной двухскоростной гиперболической модели**

**Научный руководитель – Леонтьев Николай Евгеньевич**

*Рощин Евгений Игоревич*

*Аспирант*

Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова,  
Механико-математический факультет, Кафедра гидромеханики, Москва, Россия  
*E-mail: evg.roschin@gmail.com*

Традиционный феноменологический подход к описанию течений суспензий в пористых средах основывается на гипотезе равенства средних скоростей дисперсной фазы и дисперсионной среды [1]. Однако оказывается, что это предположение не всегда удовлетворительно моделирует реально происходящие явления. При проведении ряда экспериментов было замечено [2] отставание передней границы распространения взвешенных частиц от передней границы несущей их жидкости. Одним из возможных математических обоснований такого рода явлений является усложнение классической модели путем введения конечного скачка пористости [3].

В настоящей работе проводится исследование в рамках иного подхода [4], основанного на том, что средние скорости дисперсионной среды и дисперсной фазы суспензии не совпадают.

В одномерном случае исследуемая задача сводится к изучению гиперболической квазилинейной системы уравнений в частных производных:

$$\begin{cases} \frac{\partial}{\partial t}(m \cdot \alpha) + \frac{\partial}{\partial x}(m \cdot \alpha \cdot \Psi(\alpha, m, q)) = \frac{\partial m}{\partial t} \\ \frac{\partial m}{\partial t} = -F\left(\alpha, m, \Psi(\alpha, m, q), \frac{q - m \cdot \alpha \cdot \Psi(\alpha, m, q)}{m \cdot (1 - \alpha)}\right), \end{cases} \quad (1)$$

где  $m(x, t)$  — пористость образца,  $\alpha(x, t)$  — объемная концентрация суспензии (искомые функции). Зависимости  $F$  и  $\Psi$  считаются заданными и характеризуют кинетику коагуляции и долю объемного расхода частиц в объемном расходе  $q$  суспензии соответственно.

В рамках предложенного подхода для модельной задачи об одномерной закачке суспензии в первоначально незагрязненный пористый образец, в начальный момент времени заполненный чистой жидкостью, численно исследуются положение и скорость фронта засорения — переходной зоны между загрязненной и незагрязненной областями пласта, представляющей поверхность, на которой возникает сильный разрыв концентрации и, возможно, пористости.

Численное решение задачи строится с применением метода с выделением разрыва, основной идеей которого является введение деформирующейся системы координат, связанной с положением скачка. При этом усложнение исходных уравнений компенсируется точным определением величин пористости и концентрации за фронтом. В гладкой области уравнения аппроксимируются с использованием трехслойной явной схемы второго порядка точности с центральной разностью по времени и пространству. При этом для корректности вычислений при начале расчета реализуется процедура разложения решения в степенные ряды.

Построенный численный алгоритм позволяет исследовать решения при произвольных физически допустимых видах кинетической функции для линейных зависимостей рассогласования скоростей. При этом расчеты возможны как при постоянном, так и при зависящем от концентрации и пористости коэффициенте рассогласования. Показано, что для

специального класса решений со стационарным распределением концентрации за фронтом при определенных видах функции  $\Psi$  разрыв не удовлетворяет условиям эволюционности. Замечено, что принципиально допустимы модели со средней скоростью частиц, превосходящей среднюю скорость несущей жидкости.

Автор благодарит Н.Е.Леонтьева за обсуждение работы.

#### Источники и литература

- 1) Herzig J., Leclerc D., Le Goff P. Flow of suspensions through porous media. Application to deep filtration // Ind. and Eng. Chem. 1970. Vol. 62, no. 5. P. 8–35. DOI: 10.1021/ie50725a003.
- 2) Santos A., Bedrikovetsky P. Size exclusion during particle suspension transport in porous media: stochastic and averaged equations // Comput. and Appl. Math. 2004. Vol. 23, no. 2. P. 259–284.
- 3) Леонтьев Н.Е. Засорение пористого пласта при движении фронтов с конечным скачком пористости // Вестн. Моск. ун-та. Сер. 1. Математика. Механика. 2009. № 5. С. 75–80. DOI: 10.3103/S0027133009050070.
- 4) Леонтьев Н.Е. Точные решения задачи о фильтрации суспензии с замедлением скачка концентрации в рамках нелинейной двухскоростной модели // Известия Российской академии наук. Механика жидкости и газа. 2017. № 1. С. 168–174. DOI: 10.7868/S0568528117010108.