

Секция «Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление»

Автоматизация нахождения точных решений нелинейных дифференциальных уравнений методом простейших уравнений

Научный руководитель – Кудряшов Николай Алексеевич

Кутуков Александр Алексеевич

Аспирант

Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ», Факультет экспериментальной и теоретической физики, Москва, Россия

E-mail: alexkutuk@gmail.com

Известно, что многие физические процессы описываются нелинейными дифференциальными уравнениями. В настоящее время предложен ряд методов нахождения точных решений нелинейных неинтегрируемых дифференциальных уравнений, среди которых метод гиперболического тангенса [4], метод логистических функций [2], метод простейших уравнений [1] и другие. Автоматизация модифицированного метода гиперболического тангенса представлена в работе [3]. Метод простейших уравнений является одним из наиболее предпочтительных, поскольку обобщает в себе другие методы и просто реализуется.

В данной работе представлен алгоритм автоматизации метода простейших уравнений для поиска решений нелинейных обыкновенных дифференциальных уравнений. Программа написана в среде компьютерной алгебры Maple. Входные данные представляют собой нелинейное дифференциальное уравнение вида

$$M_n(y, y_z, y_{zz}, \dots, z) = 0 \quad (1)$$

Первый этап работы программы заключается в нахождении порядка полюса решения уравнения (1). В качестве простейших уравнений выбираются уравнения меньшего порядка, чем исходное. В программе использованы следующие простейшие уравнения:

- 1) Уравнение Риккати $Y_z = -Y^2 + b$.
- 2) Уравнение для эллиптической функции Якоби $Y_z^2 = Y^4 + aY^3 + bY^2 + cY + d$.
- 3) Уравнение для эллиптической функции Вейерштрасса $Y_z^2 = -4Y^3 + aY^2 + bY + c$.

В зависимости от порядков полюсов уравнения (1) и простейших уравнений задаётся соответствие $y = F(y)$ в виде усечённого разложения. Приравнявая нулю выражения при одинаковых степенях $Y(z)$, получается система алгебраических уравнений, которая решается при помощи встроенной в Maple библиотеки. На выходе программы получается набор точных решений уравнения (1) для допустимых простейших уравнений.

Автоматизация поиска точных решений нелинейных дифференциальных уравнений позволяет находить точные решения, которые можно использовать при верификации численных решений задач, описываемых нелинейными математическими моделями.

Автор выражает благодарность профессору, д.ф.-м.н. Н. А. Кудряшову.

Источники и литература

- 1) Kudryashov N.A. Simplest equation method to look for exact solutions of nonlinear differential equations// Chaos, Solitons & Fractals, 2005. V. 24, i. 5. P. 1217-1231
- 2) Kudryashov N. A. Method of the logistic function for finding analytical solutions of nonlinear differential equations// Model. Anal. Inform. Sist., 2015. V. 22(1). P. 23-37

- 3) Liang S., Jeffrey D.J. Automatic computation of the travelling wave solutions to nonlinear PDEs// Computer Physics Communications, 2008. V. 178. P. 700–712
- 4) Parkes E.J., Duffy B.R. An automated tanh-function method for finding solitary wave solutions to non-linear evolution equations// Computer Physics Communications, 1996. V. 98. P. 288-300