

Перемежаемость в ветвящихся случайных блужданиях с различными предположениями о дисперсии скачков

Шведов Константин Анатольевич

Студент (специалист)

Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова,
Механико-математический факультет, Кафедра теории вероятностей, Москва, Россия
E-mail: kostya1533@gmail.com

Работа посвящена изучению эффекта перемежаемости в различных моделях ветвящихся случайных блужданий (ВСБ) по многомерной решетке \mathbb{Z}^d , $d \geq 1$, определения которых см. в [1,5].

Перемежаемость поля частиц на \mathbb{Z}^d характеризуется возникновением высоких пиков численностей частиц и заключается в нерегулярности роста их моментов [6]. При наличии перемежаемости доказательство предельных теорем о поведении численностей частиц методом моментов оказывается неприменимым [2]. Как правило, перемежаемость возникает при рассмотрении сред со случайным потенциалом [4,6]. Однако эффект перемежаемости может также объясняться пространственно-временной структурой ВСБ, то есть для переходных вероятностей случайного блуждания будет рассматриваться одновременное стремление к бесконечности как временной, так и пространственной переменной, связанных определенным законом. В связи с этим возникают различные зоны поведения переходных вероятностей в зависимости от соотношения временной и пространственной переменной, как напр., в [1,3]. В [5] на основе предельных теорем из [3] изучено ВСБ с одной частицей в начальный момент времени и источниками деления частиц в каждой точке решетки, в котором при достаточно больших значениях $x \in \mathbb{Z}^d$ предполагается, что переходные вероятности случайного блуждания, лежащего в основе процесса, ведут себя как $\frac{H(x/|x|)}{|x|^\alpha}$, где $\alpha \in (0; 2)$, а $H(\cdot)$ — некоторая непрерывная положительная симметричная функция. В этом случае эффект перемежаемости состоит в том, что второй момент растет много быстрее квадрата первого момента. В [5] установлена перемежаемость при следующем соотношении между пространственной и временной переменными: $|x| > t^{\gamma+\epsilon}$, где $\gamma = \frac{2\alpha+d}{\alpha(\alpha+d)}$.

Целью работы является изучение эффекта перемежаемости в двух моделях ВСБ. Первая из них является обобщением модели из [5]. В [5] в каждой точке $x \in \mathbb{Z}^d$ частица может производить только одного потомка и не может исчезать. Мы допускаем возможность деления частицы на произвольное число потомков, а также гибель частицы в каждой точке $x \in \mathbb{Z}^d$, предполагая ветвящийся процесс, задающий генерацию частиц, надкритическим. Установлено отсутствие перемежаемости при $|x| < t^\gamma$ и выявлена перемежаемость $|x| > t^{\gamma+\epsilon}$.

Вторая модель аналогична изучаемой в [5], но рассматривается простое случайное блуждание, которое задается разностным лапласианом на \mathbb{Z}^d , см. [1]. Простое случайное блуждание обладает конечной дисперсией скачков [1]. Асимптотика поведения моментов численностей частиц в каждой точке решетки исследуется с использованием предельных теорем для переходных вероятностей, полученных в [1]. В отличие от [5], эффект перемежаемости не выявлен ни в одной из зон из [1], определяемых соотношением между временной и пространственной переменными.

Источники и литература

- 1 Молчанов С. А., Яровая Е. Б. Предельные теоремы для функции Грина решетчатого лапласиана при больших уклонениях случайного блуждания // Известия РАН. Серия математическая. — Т. 76, № 6. — С. 123–152, 2012.
- 2 Яровая Е. Б., Ветвящиеся случайные блуждания в неоднородной среде, ЦПИ при мех.-мат. Моск. ун-та, М., 2007.
- 3 Agbor A., Molchanov S., Vainberg B., Global limit theorems on the convergence of multidimensional random walks to stable processes // Stochastics and Dynamics, 15, 1550024, 2015.
- 4 Alberverio S., Bogachev L. V., Molchanov S. A., Yarovaya E. B., Annealed moment lyapunov exponents for a branching random walk in a homogeneous random branching environment // Markov Processes and Related Fields. — Vol. 6, no. 4. — P. 473–516, 2000.
- 5 Getan A., Molchanov S., Vainberg B. Intermittency for branching walks with heavy tails // Stochastic and Dynamics, 17, no. 6, 1750044 (14 pages), 2017.
- 6 Yarovaya E. B. Symmetric branching walks in homogeneous and nonhomogeneous random environments // Communications in Statistics Part B: Simulation and Computation. — no. 41:7. — P. 2926–2945, 2012.