

Сравнение Коммуникационных Протоколов (для предикатов)

Научный руководитель – Верещагин Николай Константинович

Никитин Игорь Александрович

Студент (специалист)

Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова,
Механико-математический факультет, Кафедра математической логики и теории
алгоритмов, Москва, Россия
E-mail: mrnikitin@yandex.ru

Задача о глобальной оптимизации коммуникационных протоколов тесно связана с задачей ускорения произвольных параллельных вычислений. Следуя классической математической модели, почти все работы в этой области направлены на уменьшение числа раундов общения между игроками, но гораздо реже рассматриваются оптимизации их локальных вычислений (в практических задачах последние также играют важную роль). В данной работе представлен оптимальный алгоритм выбора ответа игроками по завершении общения в случае предикатов.

Задачу о сложности коммуникационных протоколов поставил Эндрю Яо в 1979 году [3]. В этой модели два игрока, Алиса и Боб, должны вычислить заданную функцию $f(x, y)$ при условии, что Алисе известен лишь вход x , а Бобу – лишь вход y (в данной работе рассматриваются предикаты; то есть значение f – единственный бит). Для вычисления функции игрокам придётся общаться. При этом учитывается лишь число переданных игроками бит, но не вычисления, проводимые каждым из них по отдельности. Чтобы подчеркнуть это, иногда говорят, что каждый из игроков по отдельности обладает неограниченными вычислительными ресурсами. По завершении общения Алиса и Боб должны выдать свои ответы. Функция считается вычисленной корректно тогда и только тогда, когда совпадают три бита: ответ Алисы, ответ Боба и значение функции f на соответствующих входах.

Эта модель естественным образом возникает при изучении сверхбольших интегральных схем, распределённых алгоритмов, а также в тех областях вычислительной математики, где наибольшие вычислительные сложности представляет общение между узлами некоторой сети, а не локальные вычисления, проводимые каждым из этих узлов [2]. Кроме того, поскольку общение Алисы и Боба может быть представлено в виде разрешающего дерева, вершинами которого будут состояния Алисы и Боба после соответствующего числа переданных бит, тема работы тесно связана с минимизацией глубин разрешающих деревьев [1].

В ходе исследования возможностей глобальной оптимизации коммуникационных протоколов встаёт вопрос об оптимальном выборе ответа в листе разрешающего дерева данного коммуникационного протокола (иначе говоря, нас интересует оптимальный алгоритм выбора ответа Алисой и Бобом по завершении их общения между собой). Существуют несколько интуитивных стратегий - однако, как мы покажем, оптимальный алгоритм не сводится не только к какой-либо из них, но и к выбору лучшей среди них для данного листа коммуникационного протокола.

В работе также будет представлен оптимальный (в смысле максимизации числа входов, на которых он даёт верный ответ) полиномиальный алгоритм для решения вышеописанной задачи.

Источники и литература

- 1) Göös M. Communication Lower Bounds via Query Complexity. Toronto, 2016.
- 2) Kushilevitz E., Nisan N. Communication complexity. Cambridge, 2006.
- 3) Yao A.C. Some Complexity Questions Related to Distributed Computing // Proceedings of 11th STOC, 1979. Vol. 14, p. 209–213.