Секция «Дискретная математика и математическая кибернетика»

**Линейные автоматы над полем рациональных чисел**

**Научный руководитель – Часовских Анатолий Александрович**

***Ронжин Дмитрий Владимирович***
*Аспирант*
Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова, Москва, Россия
*E-mail: d_rongin@mail.ru*

Поле рациональных чисел обозначим через $\mathbb{Q}$. Будем рассматривать конечные автоматы[1] со входными, выходными алфавитами, и алфавитом состояний равными $\mathbb{Q}$. *Основной системой* $\mathbf{B}$ будем называть следующее бесконечное множество линейных автоматов[2][3]: $\mathbf{B} = \{\xi_0, \xi_1, V_\bigoplus, V_{\cdot c} | c \in \mathbb{Q}\}$ где, $\xi_a$ - задержка с начальным состоянием $a$, $V_\bigoplus$ - автомат, суммирующий числа с двух входов, $V_{\cdot c}$ - автомат-умножитель на некоторую рациональную константу $c$.

Алгебраический оператор замыкания множества $M$ по операциям суперпозиции обозначим через $\Sigma[M]$, по операциям композиции (то есть с использованием обратной связи) через $K[M]$.

Множеством линейных автоматов над полем рациональных чисел - $L(\mathbb{Q})$ будем называть замыкание по операциям композиции основной системы $\mathbf{B}$, то есть $L(\mathbb{Q}) = K[\mathbf{B}]$. Множество формальных степенных рядов с коэффициентами из $\mathbb{Q}$ с формальной переменной $\xi$ обозначим $\mathbb{Q}_\xi^\infty$.

$$\mathbb{Q}_\xi^\infty = \{\alpha = a_0 + a_1 \cdot \xi + a_2 \cdot \xi^2 + ... + a_k \cdot \xi^k + ... | a_i \in \mathbb{Q}, i \in \mathbb{N} \cup \{0\}\}$$

Линейные автоматы над полем рациональных чисел представляют собой преобразования вида $V\colon (\mathbb{Q}_\xi^\infty)^n \rightarrow \mathbb{Q}_\xi^\infty$. Выразимость линейных автоматов над полем рациональных выше чем у автоматов над конечными полями - они могут преобразовывать периодические последовательности в непериодические. Основные результаты:

**Теорема 1.**
*В классе $L(\mathbb{Q})$ не существует конечной $K$-полной системы.*

**Теорема 2.**
*В классе $L(\mathbb{Q})$ не существует конечной системы автоматов $\boldsymbol{V}$, такой что $\Sigma[\boldsymbol{V} \cup \boldsymbol{B}] = L(\mathbb{Q})$.*

**Теорема 3.**
*В классе $L(\mathbb{Q})$ можно выделить бесконечный $K$ - базис.*

**Теорема 4.**
*В классе $L(\mathbb{Q})$ существует бесконечная $K$-полная система, не имеющая базиса.*

**Теорема 5.**
*В классе $L(\mathbb{Q})$ существует бесконечный $\Sigma$-базис.*

## Источники и литература

1) Кудрявцев В.Б., Алешин С.В., Подколзин А.С. Введение в теорию автоматов - Москва, Наука, Главная редакция физико-математической литературы, 1985г.

2) Часовских А.А. Проблема полноты для класса линейно-автоматных функций. // Дискретная математика, Наука (М.) том 27, №2, 2015, с. 134-151.

3) Часовских А.А. Критериальные системы в классах линейно-автоматных функций над конечными полями. // Интеллектуальные системы, том 19, №3, 2015, с. 195-207.