

## Сравнительный анализ способов описания угловой кинематики воздушного судна

*Григоров Петр Юрьевич*

*Выпускник (магистр)*

Московский физико-технический институт, Москва, Россия

*E-mail: grigoroff@bk.ru*

В докладе представлены формульные зависимости и результаты сравнения различных способов записи оператора поворота: углы Эйлера (самолетная система - тангаж, рысканье, крен), матрицы направляющих косинусов (поворота), кватернионы и параметры Родрига-Гамильтона, вектора истинного эйлера и конечного поворотов. В материалах доклада предлагается математический аппарат, который находит активное применение при моделировании перемещений твердых тел в подвижном базисе. Вывод материала приводится на основе теорий векторной и тензорной алгебр, а также классической механики.

Отправной точкой для развития угловой кинематики является теорема Эйлера-Даламбера. Согласно теореме поворот твердого тела, имеющего одну закрепленную точку, из любого начального положения в произвольное конечное положение может быть описан одним поворотом вокруг некоторой оси. В прямоугольных трехмерных декартовых координатах такой поворот можно записать с помощью вектора истинного поворота, направление которого задает ось поворота, а евклидова норма - угол поворота. Описанное тело имеет три степени свободы. Таким образом, для численного описания его ориентации в трехмерном пространстве необходимо минимум три действительных числа.

Сравнивая в общих чертах принятые методы описания угловых положений и кинематики, сразу стоит обратить внимание на тот факт, что матрица направляющих косинусов использует 9 действительных чисел (с учетом ограничений на единичность нормы и перпендикулярность векторов связанного базиса), кватернион - 4, углы Эйлера и вектора поворота - 3. Однако важную роль при выборе способа описания, кинематики играет не столько «размерность» способа, а в главной степени наличие математического аппарата и удобство его применения для решения конкретных прикладных задач, учитывая диапазоны амплитуд и частоты проектируемых и исследуемых систем.

Нельзя отрицать тот факт, что применение кватернионов при решении теоретических и прикладных задач встречается, не так часто, как этого заслуживает данный метод. Кватернионы позволяют оперировать целой группой чисел, как единым объектом, а геометрический и механический смысл компонентов кватерниона весьма удачен, что позволяет получить компактные формулы. Известно, что вычисления с использованием кватернионов исключают появление вырожденных положений, свойственных углам Эйлера (gimbal lock). Количество арифметических операций при вычислениях с использованием кватернионов, как правило, меньше, чем в других методах, причем преобладают операции сложения и умножения, а не нахождения значений тригонометрических функций. Недостатком является то, что эти объекты плохо воспринимаются интуитивно и требуют специализированных знаний алгебры кватернионов для уверенного использования.

### Источники и литература

- 1) Гордеев В. Н. Кватернионы и бикватернионы с приложениями в геометрии и механике / – Киев: Издательство "Сталь", 2016.
- 2) Andrew J. Hanson Visualizing Quaternions -San Francisco, Издательство «Elsevier» 2006.