

Полиномиальная аппроксимация эмпирических уравнений активности нейрона типа Ходжкина-Хаксли

Научный руководитель – Буданов Владимир Михайлович

Позднеева Елена Валерьевна

Студент (специалист)

Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова,
Механико-математический факультет, Кафедра прикладной механики и управления,
Москва, Россия

E-mail: pozdneeva@gmail.com

Моделирование физиологических процессов, происходящих в различных клетках живых организмов, является одной из интенсивно развивающихся областей современной науки.

Значительный прорыв в сфере моделирования активности нервных клеток связан с исследованиями А. Ходжкина и Э. Хаксли в 40–50 гг. прошлого столетия. На базе экспериментальных данных ими была построена эмпирическая модель активности гигантского аксона кальмара, позволяющая с большой точностью описывать появление импульсов на нейроне и динамику ионных каналов [3].

На основе модели Ходжкина-Хаксли к настоящему времени разработано большое число моделей, отличающихся друг от друга входящими в описание процесса ионными токами и порядком соответствующих систем дифференциальных уравнений [4]. Основным преимуществом всех этих моделей является их эмпиричность, то есть их формирование на основе полученных в результате опытов данных, что дает возможность с высокой точностью математически описывать активность живой единицы. Однако необходимое в данном случае использование сигмоидальных функций для описания процессов активации и инактивации ионных каналов загромождает уравнения, что значительно усложняет аналитическое исследование математической модели. Так, например, аналитическое получение условий существования предельных циклов, определение амплитуд и частот колебаний, установление границ интервалов бистабильности для конкретных эмпирических моделей, становится невозможным.

Решению данной проблемы может способствовать построение полиномиальной аппроксимации правых частей дифференциальных уравнений, сохраняющей основные свойства исходной модели. В данной работе рассматривается модель активности первичного афферентного нейрона вестибулярного аппарата (Александров В. В., Сото Э.) [1]:

$$\begin{cases} C\dot{V} = I_{\text{Syn}} - I_{\text{Na}} - I_{\text{K}} - I_L, \\ \dot{n} = Q_{10} \frac{n_{\infty}(V) - n}{\tau_n(V)}. \end{cases}$$

Переменные V и n обозначают, соответственно, мембранный потенциал и активацию тока K^+ . Первое уравнение, описывающее динамику мембранного потенциала V , содержит в правой части четыре члена, соответствующие синаптическому току I_{Syn} , току Na^+ , току K^+ и общему току утечки. Второе уравнение системы – уравнение Колмогорова для марковского процесса с двумя состояниями: присутствие или отсутствие частиц активации в канале тока калия.

В докладе будет предъявлена полиномиальная аппроксимация правых частей этой системы уравнений, сохраняющая основные свойства исходной модели, такие как значения частот и амплитуд колебаний, а также наличие интервала бистабильности.

Источники и литература

- 1) Александров В. В., Александрова Т. Б., Коноваленко И. С., Тихонова К. В. Возмущаемые стабильные системы на плоскости, II // Вест. Моск. Ун-та, Сер.1, Матем. Мех., 2017, №1. С. 53–57.
- 2) Андронов А. А., Леонтович Е. А., Гордон И. И., Майер А. Г. Качественная теория динамических систем второго порядка. М.: Наука, 1966.
- 3) Hodgkin A. L., Huxley A. F. A Quantitative Description of Membrane Current and Its Application to Conduction and Excitation in Nerve // J.Physiol., V117, 1952. P. 500-544.
- 4) Izhikevich E. M. Dynamical systems in neuroscience: The geometry of excitability and bursting // Cambridge, Mass.: MIT Press, 2005. 517 pp.