

## Фундаментальные и обобщенные решения уравнений динамики термоупругого стержня

Научный руководитель – Алексеева Людмила Алексеевна

Айнакеева Н.Ж.<sup>1</sup>, Дадаева А.Н.<sup>2</sup>

1 - Казахский национальный университет имени аль-Фараби, Алматы, Казахстан, E-mail: nursaule\_math@mail.ru; 2 - Казахский национальный университет имени аль-Фараби, Алматы, Казахстан, E-mail: dady1262@mail.ru

Айнакеева Н.Ж., Дадаева А.Н. Младший научный сотрудник, старший научный сотрудник Институт математики и математического моделирования Алматы Казахстан nursaule\_math@mail.ru dady1262@mail.ru

Стержневые конструкции широко используются в строительстве и машиностроении в качестве опор мостов, соединительных и передаточных звеньев для конструктивных элементов самых разных машин и механизмов. Задачи динамики термоупругих стержней моделируются системами дифференциальных уравнений смешанного гиперболо-параболического типа.

Рассматривается термоупругий стержень, который характеризуется линейной плотностью  $\rho$ , скоростью распространения упругих волн в стержне  $c$  термоупругими константами  $\gamma$  и  $\kappa$  [1]. Исследуются продольные перемещения сечений стержня  $u(x, t)$  и температурное поле  $\theta(x, t)$ , которые описываются системой гиперболо-параболических уравнений вида:

$$\begin{cases} \rho c^2 \frac{\partial^2 u_i}{\partial x^2} - \rho \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} - \gamma \theta_{,x} + \rho F_1(x, t) = 0 \\ \theta_{,xx} - k^{-1} \theta_{,t} + F_2(x, t) = 0 \end{cases} \quad (1)$$

Термоупругое напряжение  $\sigma(x, t)$  в стержне описывается соотношением Дюамеля-Неймана:

$$\sigma(x, t) = \rho c^2 \frac{\partial u_i}{\partial x} - \gamma \theta \quad (2)$$

здесь  $F_1$  - продольная компонента внешней силы на единицу длины;  $F_2(x, t)$  - величина, характеризующая количество выделенного тепловыми источниками тепла на единицу длины за единицу времени  $u_{i,x} = \frac{\partial u_i}{\partial x}$ ,  $u_{i,t} = \frac{\partial u_i}{\partial t}$  ...,  $u_1 = u$ ,  $u_2 = \theta$ . Требуется построить решение системы уравнений (1) при  $F_1$  и  $F_2$  принадлежащих классу обобщенных функций медленного роста  $S'(R^2)$  с носителем  $\{x \in R^1, t \geq 0\}$  [2].

Получены фундаментальные решения уравнений несвязанной термоупругости в пространственно-одномерном случае, описывающих динамику стержней с учетом их термоупругих свойств при продольных колебаниях. Построено обобщенное преобразование Фурье матрицы фундаментальных решений уравнений несвязанной термоупругости и проведена его регуляризация для восстановления оригинала тензора Грина. Построены обобщенные решения уравнений несвязанной термоупругости и даны их регулярные интегральные представления. Рассмотрен случай нестационарных колебаний, для которых наряду с аналитическими формулами приведены графики расчетов матрицы фундаментальных решений, характеризующих термонапряженное состояние стержня при действиях сосредоточенных силовых и тепловых источников колебаний для разных значений термоупругих констант среды и частот колебаний.

**Источники и литература**

- 1) Новацкий В. Теория упругости. М.: Мир, 1975.
- 2) Владимиров В. С. Уравнения математической физики. М.: Наука, 1976.
- 3) Алексеева Л. А., Ахметжанова М. М. Фундаментальные и обобщенные решения уравнений динамики термоупругих стержней. Стационарные колебания // Математический журнал. 2014. Т. 14, № 2. С. 5-20.