

**ИССЛЕДОВАНИЕ ЗАВИСИМОСТИ ПЕРВОГО
ПРОСТРАНСТВЕННОГО МОМЕНТА ОТ ПАРАМЕТРОВ
ЯДЕР В МОДЕЛИ БИОЛОГИЧЕСКИХ СООБЩЕСТВ**

Николаев Михаил Викторович

Студент

Факультет ВМК МГУ имени М. В. Ломоносова, Москва, Россия

E-mail: nikolaev.mihail@inbox.ru

Научный руководитель — Никитин Алексей Антонович

В данной работе рассматривается модель стационарных биологических сообществ, предложенная Ульфом Дикманом и Ричардом Лоу в ([1]). Данная модель является стохастической, однако посредством введения так называемых *пространственных моментов* (см. [2]), имеющих смысл средних количественных характеристик, её анализ можно сделать детерминированным.

В рамках данной работы изучается одновидовое стационарное сообщество в изотропной среде обитания при количестве размерностей пространства $n = 1, 2, 3$. Основными характеристиками сообщества являются константы b, d, d' , имеющие смысл плодовитости, естественной смертности и агрессивности вида соответственно, а также функции $m(x)$ и $\omega(x)$, описывающие пространственную структуру рождаемости и конкуренции. Эти функции называются соответственно *ядрами рассеивания* и *конкуренции*. Это неотрицательные радиально симметричные интегрируемые по Лебегу функции, исчезающие на бесконечности, с единичной $L_1(\mathbb{R})$ нормой. Ядра можно считать плотностями вероятности некоторых случайных величин, описывающих процесс рождения новых индивидов и конкуренции в популяции.

Основной задачей работы является изучение зависимости первого пространственного момента сообщества от двух основных характеристик данных ядер, а именно от их среднеквадратичных отклонений (σ_m и σ_ω) и коэффициентов эксцесса (k_m и k_ω) в пространствах различных размерностей. Пространственные моменты сообщества в стационарном случае удовлетворяют системе интегральных уравне-

ний (см. [3]):

$$\left\{ \begin{array}{l} 0 = (b - d)N - d' \int_{\mathbb{R}^n} C(\xi)w(\xi) d\xi, \\ 0 = bm(\xi)N + \int_{\mathbb{R}^n} bm(\xi')C(\xi + \xi') d\xi' - (d + d'\omega(\xi))C(\xi) - \\ \quad - \int_{\mathbb{R}^n} d'\omega(\xi')T(\xi, \xi') d\xi'. \end{array} \right.$$

Здесь, N , $C(\xi)$ и $T(\xi, \xi')$ — это первый, второй и третий пространственные моменты соответственно, являющиеся неизвестными функциями. Путём, например, параметрического замыкания третьего момента через первые два количество неизвестных может быть сокращено до двух, что позволяет решить данную систему (см. [4]). Искомая зависимость первого момента от характеристик ядер — $N = N(\sigma_m, k_m, \sigma_\omega, k_\omega)$ — задаётся неявно через преобразованную систему: меняя ядра и находя решение, мы будем получать соответствующий первый момент.

Основным результатом работы является тот факт, что первый момент почти не зависит от конкретного вида ядер. Основное значение имеют лишь их среднеквадратичные отклонения и коэффициенты эксцесса. Таким образом, именно эти величины являются главными биологическими характеристиками ядер.

Литература

1. Law R., Murrell D. J., Dieckmann U. Population growth in space and time: spatial logistic equations // Ecology. 84. №1. P. 252–262. 2003.
2. Dieckmann U., Murrell D. J. On moment closures for population dynamics in continuous space // J. Theor. Biology. 229. P. 421–432. 2004
3. Dieckmann U., Law R. Relaxation projections and the method of moments // The Geometry of Ecological Interactions: Simplifying Spatial Complexity / Ed. by U. Dieckmann, R. Law, J. Metz. Cambridge University Press, 2000. P. 412–455.
4. Никитин А.А., Николаев М.В. Исследование интегрального уравнения равновесия с ядрами-куртозианами в пространствах различных размерностей // Вестник Московского университета. Сер 15: Вычисл. матем. и киберн. №3. С. 11–19. 2018.