Восстановление частиц по размерам в одномерном случае с помощью метода лазерной дифрактометрии

Никандрова Александра Евгеньевна,
Цыбров Евгений Германович
Студент, аспирант
Факультет ВМК МГУ имени М. В. Ломоносова, Москва, Россия
E-mail: alexandra.nikandrova@gmail.com, tsybrovevgeniy@yandex.ru

Научный руководитель — *Разгулин Александр Витальевич*

Суть метода лазерной дифрактометрии состоит в том, что лазером освещают малые частицы и наблюдают на экране дифракционную картину, полученную от рассеянного на частицах света. Дифракционная картина позволяет найти угловое распределение интенсивности рассеянного света. Данная функция распределения интенсивности используется в интегральном уравнении Фредгольма первого рода (1), решением которого является распределение освещаемых лазером частиц по размерам. Метод работает достаточно быстро и широко используется в промышленности [1].

$$A\omega = \int\limits_{r1}^{r2} K(\theta, r)\omega(r)\,dr = I(\theta), \qquad (1)$$

$$\text{где } K(\theta, r) = Const \cdot r^4 \cdot \left(\frac{J_1(k \cdot \theta \cdot r)}{k \cdot \theta \cdot r}\right)^2,$$

$$k = \frac{2\pi}{\lambda},\ \lambda = 0.63\text{мкм}.$$

Красные клетки крови - эритроциты - переносят кислород от легких к органам и тканям и транспортируют углекислый газ в обратном направлении. Успешность прохождения эритроцитов сквозь тончайшие сосуды организма - капилляры - характеризуют их размеры, формы и деформируемость. В настоящей работе распределение эритроцитов по размерам ищется как один из важнейших показателей в анализе крови, выявляющий различные патологии [2].

С математической точки зрения задача восстановления функции распределения частиц по размерам сводится к решению интегрального уравнения Фредгольма первого рода (1). Известно, что такие задачи являются некорректными, поэтому в условиях обработки экспериментальных данных применяют регуляризацию по Тихонову и численные методы оптимизации. Итак, целью данной работы было решение обратной задачи, описанной интегральным уравнением, а также доказательство его существования и единственности и сравнение примененных к ней методов между собой.

Была изучена работа трех методов (см. рис. 1): метод наименьших квадратов, квадратичное программирование и метод проекции градиента. Первый и второй методы были реализованы с помощью алгоритма доверительных интервалов из математического пакета прикладных программ Matlab. Последний метод был реализован явно:

$$\omega^{[k+1]} = P(\omega^{[k]} - [2(A^T A + \alpha E)\omega^{[k]} - 2A^T I] * \gamma),$$

где P - проекция на множество неотрицательных векторов.

В результате работы было получено доказательство существования и единственности решения поставленного уравнения (1). Было получено решение данного уравнения, при добавлении погрешности к правой части в 1%, с помощью различных численных методов, а также проведено его сравнение с аналитическим решением.

Иллюстрации

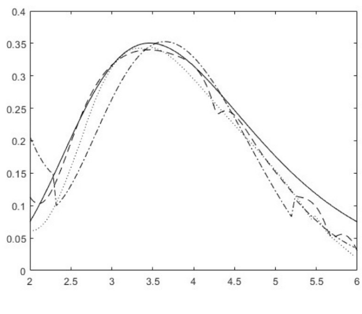

Рис. 1. Пример восстановления функции логнормального распределения. Сплошной линией изображен график исходной функции. Пунктирная линия ($\cdot\cdot\cdot$) показывает лучший на данный момент результат, это работа метода наименьших квадратов. Штриховая линия ($- - -$) получена методом проекции градиента, штрих-пунктирная ($- \cdot -$) – методом квадратичного программирования.

Литература

1. Xu R. Particle characterization: light scattering methods // Springer Science and Business Media, 2010, P. 13.
2. Rabai M., Detterich J.A., Wenby R.B. Deformability analysis of sickle blood using ektacytometry // Biorheology, 2014, Vol. 51, № 2-3. P. 159–170.