Секция «Вещественный, комплексный и функциональный анализ»

Дифференциальные неравенства с положительной правой частью

Научный руководитель – Хабибуллин Булат Нурмиевич

Мурясов Роман Русланович
Студент (бакалавр)
Башкирский государственный университет, Факультет математики и информационных технологий, Уфа, Россия
E-mail: romrumur@yandex.ru

Пусть $[a,b] := \{x \in \mathbb{R}\colon a \leqslant x \leqslant b\}$ — отрезок на *вещественной оси* $\mathbb{R}$, $a, b \in \mathbb{R}$. Для $k = 1, 2, \ldots$ класс $C^k[a,b]$ — это все k раз непрерывно дифференцируемые функции на своем открытом интервале, содержащем $[a,b]$.

Пусть $f_1, f_2\colon [a,b] \to \mathbb{R}$ непрерывны. Функция $f\colon [a,b] \to \mathbb{R}$ называется (f_1, f_2)-*выпуклой*, если для любых $x_1 < x_2$ из $[a,b]$ и $c_1, c_2 \in \mathbb{R}$ из $c_1 f_1(x_j) + c_2 f_2(x_j) = f(x_j)$ при $j = 1, 2$ следует $c_1 f_1(x) + c_2 f_2(x) \geqslant f(x)$ для любых $x \in [x_1, x_2]$ [1,гл. I, § 1].

Рассматриваем *дифференциальный оператор* вида

$$L := \frac{\mathrm{d}^2}{\mathrm{d}x^2} + p_1 \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x} + p_0$$

на $C^2[a,b]$, где $x \in [a,b]$, p_0, p_1 — непрерывные функции на $[a,b]$. Наша
Основная Теорема. *Пусть f_1, $f_2 \in C^2[a,b]$ — базис ядра заданного нами выше оператора L; $f \in C^2[a,b]$. Тогда $L(f)$ — положительная на $[a,b]$ функция в том и только в том случае, когда f является (f_1, f_2)-выпуклой.*

Исследование мотивировано изучением аппроксимирующих экспоненциальных систем в пространствах голоморфных функций на областях и в компактах на *комплексной плоскости* $\mathbb{C}$. Ранее было обнаружено [2], [3,гл. 3], что существенную роль в таких исследованиях играют субгармонические функции [4] с разделёнными переменными на $\mathbb{C}$. Наша Основная Теорема позволяет строить широкие классы субгармонических функций с разделёнными переменными.

Исследование выполнено при поддержке гранта Российского научного фонда, проект № 18-11-00002.

Источники и литература

1 Ибрагимов И.И. Методы интерполяции функций и некоторые их применения. М.: Наука, 1971, 520 стр.

2 Хабибуллин Б.Н. Полнота систем целых функций в пространствах голоморфных функций // Матем. заметки, **66**:4 (1999), 603–616.

3 Хабибуллин Б.Н. Полнота систем экспонент и множества единственности, 4-е изд., доп. Уфа: РИЦ БашГУ, 2012 , xvi+176 стр. `http://www.researchgate.net/publication/271841461`

4 Хейман У., Кеннеди П. Субгармонические функции. М.: Мир, 1980