

Секция «Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление»

Численное решение оптимизационной задачи взаимодействия жестких штампов с упругой средой.

Научный руководитель – Михайлов Игорь Ефимович

Таранов Алексей Алексеевич

Студент (магистр)

Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет),
Москва, Россия

E-mail: alex.taranov.1998@mail.ru

В докладе предлагается численный алгоритм решения задачи оптимизации формы штампа $h = h(r, \phi)$, $0 < r \leq R$, $0 \leq \phi < 2\pi$, взаимодействующего без трения с упругой средой, заполняющей полупространство. Задача заключается в отыскании распределения нормальных деформаций в области контакта при приложении к этой области неотрицательного давления. В качестве искомой функции принимается форма штампа. Роль минимизируемого функционала играет среднеквадратичное рассогласование между фактической деформацией, отвечающей форме штампа, и некоторой заданной функцией. Предполагая величины внешних воздействий на штамп заданными, сформулируем следующую задачу оптимизации: требуется определить форму штампа, доставляющую минимум функционалу рассогласования, при наличии ограничений на толщину штампа.

Нормальная деформация упругой среды под действием распределенной нагрузки описывается краевой задачей для эллиптического уравнения в частных производных четвертого порядка. Для решения задачи был предложен алгоритм расчета. Уравнение четвертого порядка сводится к системе двух уравнений Пуассона. Так как в полярных координатах уравнения Пуассона имеют сингулярность при $r=0$, то в расчетной области вводится сетка, сдвинутая на полшага по r . Численное решение задачи осуществляется с использованием двух итерационных процессов: внутреннего - для решения задачи деформации среды под действием штампа заданной формы, и внешнего - для определения переменной толщины штампа, минимизирующей функционал рассогласования с учетом ограничений на толщину штампа.

Приводятся примеры расчетов, подтверждающие эффективность алгоритма при различных видах заданной функции.