Секция «Теория вероятностей и математическая статистика»

Сильная аппроксимация в условиях высокой загрузки для одноканальной системы в случайной среде

Научный руководитель – Баштова Елена Евгеньевна

Шахова Маргарита Филипповна

Студент (специалист)

Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова,
Механико-математический факультет, Кафедра теории вероятностей, Москва, Россия

E-mail: shtykova97@yandex.ru

Рассмотрим одноканальную систему массового обслуживания, в которой входящий поток и распределение времён обслуживания зависит от состояния некоторой случайной среды. А именно, пусть имеется последовательность независимых, одинаково распределенных (н.о.р) случайных величин $\{\xi_i\}_{i=1}^{\infty}$ и пусть $S_n = \sum\limits_{i=1}^{n} \xi_i, n = 1, ..., \infty$. К тому же, пусть задана последовательность н.о.р. векторов $\{(\Lambda_i, M_i)\}_{i=1}^{\infty}$. Тогда предполагаем, что на отрезке $[S_n; S_{n+1}]$ в систему поступает пуассоновский поток интенсивности Λ_i, а времена обслуживания требований, поступающих на прибор, имеют экспоненциальное распределение с параметром M_i.

Введём параметр

$$\rho = \frac{E\Lambda_i}{EM_i},$$

который называется коэффициентом загрузки системы.

Рассмотрим ситуацию высокой загрузки в схеме серий. А именно пусть имеется серия систем $\{S_\rho\}$, с коэффициентом загрузки ρ, которые мы рассматриваем на расширяющихся интервалах времени $[0; \frac{\nu}{(1-\rho)^2}]$. Пусть $Q_\rho(t)$ - длина очереди в системе S_ρ в момент времени t. Рассмотрим процесс:

$$Q^*_\rho(t) = (1-\rho)Q\left(\frac{t}{(1-\rho)^2}\right), t \in [0; \nu]$$

Основным результатом работы является усиление Теоремы 4.1. из [5]. А именно, доказана следующая теорема:

Теорема 1. Пусть существует $\delta > 0$ такое что $Ee^{\delta\xi} < \infty$. Тогда существует вероятностное пространство, на котором вместе с процессом $Q^*_\rho(t)$ можно определить процесс броуновского движения $\{B^*(t), t \in [0; \nu]\}$ так, что для любого $x > 0$

$$P(\sup_{u \le t} |Q^*_\rho(u) - \sigma B^*(u)| > clogt + x) \le ae^{-bx}$$

Источники и литература

1) Афанасьева Л. Г. Системы массового обслуживания с циклическими управляющими процессами // Кибернетика и системный анализ. — 2005. — Т. 41, № 1. — С. 54–68.
2) Афанасьева Л. Г., Булинская Е. В. Случайные процессы в теории массового обслуживания и управления запасами. Москва, 1980.
3) Боровков А.А. Вероятностные процессы в теории массового обслуживания. Москва, 1972.

4) Bashtova E., Shashkin A. Strong Gaussian approximation for cumulative processes. 2020. arXiv preprint arXiv:2006.09583

5) Boxma O., Heemskerk M., Mandjes M. Single-server queues under overdispersion in the heavy-traffic regime. 2019. arXiv preprint arXiv:1912.05279

6) Morters P, Peres Y. Brownian motion. Cambridge: Cambridge University Press, 2010. (Cambridge Series in Statistical and Probabilistic Mathematics), 416 p.