Секция «Теория упругости»

Численное решение трёхмерной задачи теории упругости о концентрации напряжений в одноосно растягиваемой толстой анизотропной пластине с круговым отверстием

Научный руководитель – Григорьев Валерий Георгиевич

Ермаков Иван Сергеевич
Аспирант
Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет), Москва, Россия
E-mail: blackhawk5@mail.ru

Находящиеся в состоянии преимущественно одноосного растяжения плоские элементы различного рода силовых конструкций зачастую ослаблены круговыми отверстиями, диаметры которых в два и более раз меньше толщины. В подобной ситуации при решении соответствующей задачи теории упругости о концентрации напряжений следует исходить из трёхмерной формулировки, считая растягиваемую пластину толстой. Имеющиеся аналитические решения задачи о концентрации напряжений в такой формулировке относятся к случаю изотропной толстой пластины с одним круговым отверстием. Их результаты хорошо согласуются с имеющимися численными решениями на основе трёхмерных конечно-элементных моделей. Для случая толстых анизотропных пластин (на основе композиционных материалов) подобных (с подтверждённой достоверностью) результатов решения соответствующей трёхмерной задачи теории упругости к настоящему времени не было получено. В представляемом ниже сообщении указывается на получение отвечающего этому случаю численного решения. Его достоверность подтверждается практическим совпадением расчётных результатов на основе двух различных вычислительных подходов.

Две альтернативные вычислительные модели строятся, исходя из расчётной схемы в виде растягиваемой вдоль оси Ox толстой круглой пластины (радиусом b и толщиной h) с центральным круговым отверстием (радиусом a). При этом принимается $b=10a$. За начало O выбранной прямоугольной системы координат $Oxyz$ принята центральная точка пластины. Используется также цилиндрическая система координат $Oxyz$, где угол ϕ отсчитывается от оси Ox. Модуль вектора напряжений, приложенного к боковой поверхности пластины и направленного параллельно оси Ox, обозначаем как q. Параметр q считаем функцией вида $q=q_0 cos\phi$ Формулируем соответствующую задачу теории упругости для рассматриваемой пластины (как ортотропного тела с цилиндрической ортотропией) в цилиндрической системе координат. Применяя процедуру разложения параметров напряжённо-деформированного состояния в ряды Фурье по окружной координате ϕ, приходим для соответствующих номеров гармоник к формулировке в виде краевой задачи для прямоугольной области S, определяемой неравенствами $(a \leqslant r \leqslant b;\ 0 \leqslant z \leqslant 0.5h)$. Численное решение таких двумерных краевых задач осуществляем на основе вариационно-разностного (ВР) подхода. Строим также в среде программного комплекса Abaqus (на основе объёмного двадцати узлового элемента C3D20) трёхмерную конечно-элементную (КЭ) модель для решения той же задачи теории упругости. В достоверности получаемого численного решения поставленной трёхмерной задачи теории упругости убеждаемся по факту совпадения результатов на основе описанных ВР и КЭ моделирований. Проведёнными численными исследованиями установлено, что для пластин с упругими характеристиками, типичными для стеклопластиков на тканевой основе, расчёт коэффициента концентрации напряжений можно проводить (с погрешностью не более 3%) на основе модели тонкой пластины даже при толщине пластины порядка двух диаметров отверстия.

Иллюстрации

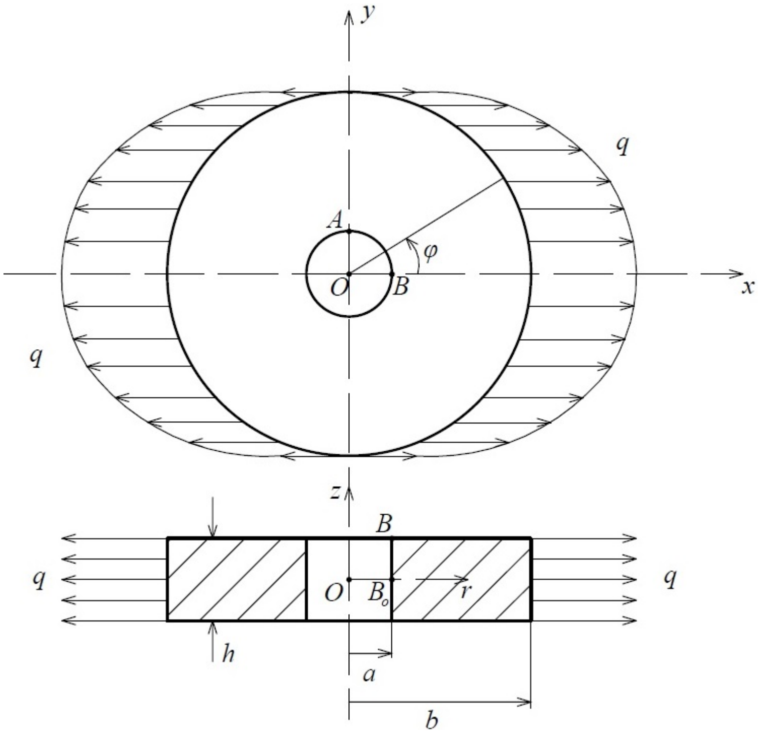

Рис. 1. Расчетная схема растягиваемой пластины