

## ЧИСЛО ОТМЕЧЕННЫХ ОСТОВНЫХ ЛЕСОВ ДЛЯ ЦИРКУЛЯНТНОГО СЛОЕНИЯ НАД ГРАФОМ

*Грюнвальд Лилия Александровна*

*Аспирант*

*Новосибирский государственный университет, Новосибирск, Россия*

*E-mail: lfb@yahoо.co.uk*

*Научный руководитель — Медных Александр Дмитриевич*

Пусть  $H$  — это конечный связный мультиграф с вершинами  $v_i$ ,  $i = 1, \dots, m$  не содержащий петель. Ставя в соответствие каждой вершине  $v_i$  циркулянтный граф  $G_i = C_n(s_{i,1}, s_{i,2}, \dots, s_{i,k_i})$ , где для всех  $i$  каждая его вершина  $k$ ,  $k = 1, \dots, n$  смежна со всеми вершинами графа  $H$ . Получившийся новый граф со множеством вершин  $V(H_n) = \{(k, v_i) \mid k = 1, 2, \dots, n, i = 1, 2, \dots, m\}$  назовем *циркулянтным слоением* над графом  $H$  со слоями  $G_1, G_2, \dots, G_m$ .

Число отмеченных остовных лесов  $f(n)$  в конечном связном графе, можно найти как определитель  $\det(I_n + L)$ , где  $I_n$  и  $L$  соответственно — единичная матрица и матрица Лапласа рассматриваемого графа. Этот самостоятельный результат является следствием известной теоремы Кельманса–Челнокова [1], которая устанавливает связь между коэффициентами *характеристического многочлена матрицы Лапласа* и числом отмеченных остовных лесов в графе. Будем называть  $L(H, X)$  *обобщенным Лапласианом* графа  $H$  со множеством переменных  $X = (x_1, x_2, \dots, x_m)$ .

С использованием ранее развитой технологии [2], был получен следующий результат

**Теорема 1.** Пусть  $V' = (v_1, v_2, \dots, v_{m'})$  — это множество (возможно пустое) вершин графа  $H$ , со слоями  $G_i$ ,  $i = 1, 2, \dots, m$ , у которых  $k_i = 1$  и  $s_{i,1} = 0$ . Пусть  $H'$  — это индуцированный вершинами  $V'$  подграф графа  $H$ . Тогда число отмеченных остовных лесов  $f(n)$  в графе  $H_n(G_1, G_2, \dots, G_m)$  представляется формулой

$$f(n) = \eta^n \prod_{p=1}^s |2T_n(w_p) - 2|,$$

где  $s = s_{1,k_1} + s_{2,k_2} \dots + s_{m,k_m}$ ,  $w_p$ ,  $p = 1, 2, \dots, s$  все корни уравнения  $Q(w) = \det(L(H, W)) = 0$  и  $\eta = \det(L(H', X'))$ .

Более того, данная технология дает возможность исследовать арифметические свойства числа отмеченных остовных лесов и его асимптотику.

**Литература**

1. Kel'mans A. K., Chelnokov V. M. A certain polynomial of a graph and graphs with an extremal number of trees // J. Combin. Theory, Ser. B 16, 1974. P. 197–214.
2. Kwon Y. S., Mednykh A. D., Mednykh I. A. On Jacobian group and complexity of the generalized Petersen graph  $GP(n, k)$  through Chebyshev polynomials // Linear Algebra and its Applications 529, 2017. P. 355–373.