

**МОДУЛЬНЫЕ НЕРАВЕНСТВА ДЛЯ ОПЕРАТОРОВ ТИПА ХАРДИ НА  
МОНОТОННЫХ ФУНКЦИЯХ В ПРОСТРАНСТВЕ ОРЛИЧА**

**Научный руководитель – Гольдман Михайл Львович**

**Алмохаммад Халиль**

*Аспирант*

Российский университет дружбы народов, Факультет физико-математических и  
естественных наук, Москва, Россия

*E-mail: khaleel\_almahamad@icloud.com*

Пространство потенциалов  $H_E^G \equiv H_E^G(\mathbb{R}^n)$  определяем как множество свёрток ядер потенциалов с функциями из базового пространства

$$H_E^G(\mathbb{R}^n) = \{u = G * f : f \in E(\mathbb{R}^n)\},$$

$$\|u\|_{H_E^G} = \inf \{\|f\|_E : f \in E(\mathbb{R}^n), G * f = u\}.$$

Здесь  $E$  — перестановочно инвариантное пространство, а ядро  $G$  — специального вида,

$$c_1\theta(r) \leq G(x) \leq c_2\theta(r), \quad r = |x| \in \mathbb{R}_+,$$

где  $0 < \theta \downarrow$  на  $\mathbb{R}_+$ ;  $\int_0^r \theta(\rho)\rho^{n-1} d\rho < \infty, \forall r \in \mathbb{R}_+$ .

Введём функцию  $\varphi(t) = \theta(t^{1/n})$ .

Важную роль в теории этих потенциалов играют обобщённые операторы Харди  $F$ , построенные по функции  $\varphi$ :

$$F[f](t) = \int_0^\infty f_\varphi(t; \tau) f(\tau) d\tau,$$

где

$$f_\varphi(t; \tau) = \min\{\varphi(t), \varphi(\tau)\} = \begin{cases} \varphi(t), & 0 < \tau \leq t, \\ \varphi(\tau), & \tau > t. \end{cases} \quad (1)$$

(см. [1]). Для них на конусе неотрицательных убывающих функций получены критерии справедливости модулярных неравенств на весовых пространствах Орлича  $L_\Phi(\omega)$ , обобщающие некоторые результаты работы [2,3]. Пространство Орлича определим как множество измеримых по Лебегу функций с нормой

$$\|f\|_{L_\Phi(\omega)} = \inf \left\{ \lambda > 0, \int_0^\infty \Phi(\lambda^{-1}(f(x))) \omega(x) dx \leq 1 \right\},$$

Рассмотрим конус неотрицательных убывающих функций из пространства Орлича:  $\Omega = \{f \in L_\Phi(\omega) : 0 < f \downarrow\}$ .

Авторы выражают благодарность Гольдману М.Л. за ценные советы при работе над статьей.

**Л и т е р а т у р а**

1. Алмохаммад Х., Альхалиль Н. Х. Интегральные свойства обобщённых потенциалов типа Бесселя и типа Рисса. Вестник РУДН. Серия «Математика. Информатика. Физика». 2017. Том. 25, № 4. стр. 340–349.

2. *Jim Quile Sun* “Hardy type inequalities on weighted Orlicz spaces”, Ph.D Thesis, The Univ. of Western Ontario, London, Canada, 1995.
3. *M. Goldman*, Estimates for the norms of monotone operators on weighted Orlicz-Lorentz classes, *Doklady Mathematics*, V. 94, No 3 (2016), 627-631.