Секция «Вещественный, комплексный и функциональный анализ»

Вероятностные решения двумерного стационарного уравнения Колмогорова

Научный руководитель – Шапошников Станислав Валерьевич

Красовицкий Тихон Ильич
Студент (специалист)
Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова, Механико-математический факультет, Кафедра математического анализа, Москва, Россия
E-mail: tik714@yandex.ru

Рассматривается стационарное уравнение Фоккера–Планка–Колмогорова:

$$\Delta\varrho - \operatorname{div}(b\varrho) = 0.$$

Вероятностным решением назовем неотрицательную функцию $\varrho \in C^\infty\left(\mathbb{R}^d\right)$ с единичным интегралом по всему пространству. В одномерном случае стационарное уравнение Фоккера–Планка–Колмогорова имеет не более одного вероятностного решения. В размерности два и выше известны примеры уравнений, имеющих бесконечно много линейно независимых вероятностных решений (см. [1]). Причем во всех известных примерах неединственности симплекс вероятностных решений имеет бесконечную размерность. Остается открытым вопрос, может ли эта размерность быть конечным числом, большим единицы.

В работе [2] проблема неединственности вероятностного решения уравнения Фоккера–Планка–Колмогорова сведена к проблеме существования отличного от константы решения v уравнения

$$\operatorname{div}(\varrho\nabla v - av) = 0,$$

где $a = b\rho - \nabla\rho$. В настоящем докладе исследуется случай $d = 2$. С помощью представления бездивергентного поля a в виде $(\partial_{x_2}H, -\partial_{x_1}H)$, где H — некоторая гладкая функция, получены достаточные условия единственности и неединственности вероятностного решения. Из полученных результатов следует, что в размерности $d = 2$ при весьма общих условиях из существования двух различных вероятностных решений следует существование бесконечного набора линейно независимых решений. Подробное изложение полученных результатов приводится в [3].

Данная работа поддержана Московским Центром фундаментальной и прикладной математики.

Источники и литература

1) Bogachev V.I., Krylov N.V., Röckner M., Shaposhnikov S.V. Fokker–Planck–Kolmogorov Equations, Amer. Math. Soc., Providence, Rhode Island, 2015.
2) Shaposhnikov S.V.// J. Funct. Anal. 2008. V. 254, N 10. P. 2690–2705.
3) Bogachev V.I., Krasovitskii T.I., Shaposhnikov S.V.// Doklady Mathematics. 2018. V. 98, N 2. P. 475–479.