Секция «Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление»

О положении равновесия частично закреплённой мембраны

Научный руководитель – Чечкин Григорий Александрович

Аббасова Назрин Ровшан гызы
Студент (бакалавр)
Бакинский филиал Московского государственного университета имени М.В.Ломоносова, Факультет прикладной математики, Баку, Азербайджан
E-mail: naka_ abbasova@mail.ru

В работе рассматривается задача о стационарных колебаниях мембраны с частично закрепленной границей. Участки закрепления порядка ε_1, чередуются со свободными, порядка ε_2. Ставится краевая задача для эллиптического уравнения второго порядка

$$\begin{cases} \Delta u_\varepsilon = \dfrac{\partial^2 u_\varepsilon}{\partial x_1^2} + \dfrac{\partial^2 u_\varepsilon}{\partial x_2^2} = f(x) \text{ в } \Omega, \\ u_\varepsilon = 0 \text{ на } \Gamma_D^\varepsilon, \\ \dfrac{\partial u_\varepsilon}{\partial \nu} = 0 \text{ на } \Gamma_H^\varepsilon, \end{cases}$$

где $\Omega \subset \mathbb{R}^2$ — область с гладкой границей $\partial\Omega$ (см. Рис. 1).

Возникает вопрос: при каком отношении между параметрами ε_1 и ε_2 положение равновесия такой мембраны близко к положению равновесия свободной мембраны?

Доказано, что в случае, когда отрезки имеют длину $\varepsilon_1 = O(\varepsilon)$, $\varepsilon_2 = O(|\ln\varepsilon|^{\delta-1})$, где ε — малый положительный параметр, $\delta \in (0,1)$, предельной задачей при $\varepsilon \to 0$ будет задача Неймана, т.е. положение равновесия такой мембраны при малых ε будет близко к положению равновесия свободной мембраны. В работе использованы методы усреднения (см. [1]).

Источники и литература

1) *Чечкин Г. А., Пятницкий А. Л., Шаманов А. С.* Усреднение. Методы и приложения. Новосибирск 2007.

Иллюстрации

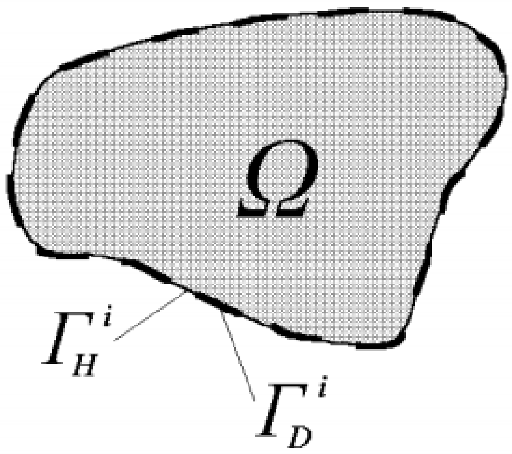

Рис. 1. Область