

Секция «Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление»

Гамильтонов подход к явлению градиентного взрыва

Научный руководитель – Сакбаев Всеволод Жанович

Глазатов Владимир Андреевич

Студент (магистр)

Нижегородский государственный университет им. Н.И. Лобачевского, Нижний Новгород, Россия

E-mail: glazu96@yandex.ru

Явление градиентного взрыва возникает при исследовании решений эволюционных нелинейных уравнений с частными производными и состоит в неограниченном возрастании на конечном временном промежутке градиента значения решения по норме пространства, соответствующего задаче Коши. Это явление имеет место для нелинейного уравнения Шредингера (НУШ) со сверхкритической нелинейностью [5]. С точки зрения гамильтоновой структуры уравнения Шредингера, градиентный взрыв означает неограниченное возрастание кинетической энергии системы за конечное время. Гамильтонов подход к НУШ был применен в [2], где кубическое уравнение Шредингера, рассмотренное в о вещественном гильбертовом пространстве, представлялось как счетный набор то-ров. В сообщении рассматривается гамильтонова система на вещественном гильбертовом пространстве со стандартной симплектической структурой и гамильтонианом вида (1), представляющая собой счетный набор гиперболических осцилляторов. Ей соответствует Гамильтонова система уравнений (2), для которой ставится задача Коши (3)

$$H = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\omega_k}{2} (p_k^2 - q_k^2) \quad (1)$$

$$\begin{cases} \sum_{k=1}^{\infty} \dot{q}_k = \sum_{k=1}^{\infty} \omega_k p_k \\ \sum_{k=1}^{\infty} \dot{p}_k = \sum_{k=1}^{\infty} \omega_k q_k \end{cases} \quad (2) \quad \begin{cases} q_k(0) = b_k \\ p_k(0) = a_k \end{cases} \quad (3)$$

Исследовано явление неограниченного возрастания кинетической энергии, называемое также градиентным взрывом [1], с точки зрения гамильтоновой динамики.

Данное исследование обеспечивает процедуру продолжения мер на гильбертовом пространстве, инвариантных относительно сдвигов и поворотов, построенных в [4]. Тем самым реализуется проект построения меры, инвариантной относительно гамильтоновых преобразований [3], примером которых является объект данного доклада.

Источники и литература

- 1) Грехнева А.Д., Сакбаев В.Ж. Динамика множества квантовых состояний, порождаемая нелинейным уравнением Лиувилля-Фон Неймана. // Журнал вычислительной математики и кибернетики. 2020. Т.60. № 8. С. 95–106.
- 2) Захаров В.Е., Манаков С.В. О полной интегрируемости нелинейного уравнения Шредингера. // ТМФ. 1974. Т.19. № 3. С. 332–343.
- 3) Козлов В.В., Смолянов О.Г. Инвариантные и квазиинвариантные меры на бесконечномерных пространствах. // Журнал вычислительной математики и кибернетики. 2020. Т.60. № 8. С. 95–106.

- 4) Сакбаев В.Ж.. Случайные блуждания и меры на гильбертовом пространстве, инвариантные относительно сдвигов и поворотов. // Итоги науки и техн. Сер. Современ. мат. и ее прил. Темат. обз.. 2017. Т.140. С. 88–118.
- 5) Таланов В.И.. Избранные Труды. // Н. Новгород: ИПФ РАН. 2008. С. 159-167.