Секция «Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление»

О разрешимости нелокальной задачи Гурса для уравнения с доминирующей смешанной производной

Научный руководитель – Пулькина Людмила Степановна

Гилёв Антон Владимирович

Аспирант

Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королева, Самара, Россия

E-mail: toshqaaa@gmail.com

В докладе рассматривается задача Гурса с нелокальными интегральными условиями для гиперболического уравнения

$$u_{xy} + Au_x + Bu_y + Cu = f(x,y), \quad (x,y) \in (0,a) \times (0,b), \tag{1}$$

$$u(x,0) + \int\limits_0^b K_1(x,y)u(x,y)dy = \varphi(x), x \in [0,a] \tag{2}$$

$$u(0,y) + \int\limits_0^a K_2(x,y)u(x,y)dy = \psi(y), y \in [0,b]. \tag{3}$$

Методы исследования разрешимости классических краевых задач для уравнений с частными производными не могут быть применены без серьезных модификаций и предварительных действий к нелокальным задачам. Выбор метода исследования разрешимости нелокальной задачи зависит от вида интегрального условия. Разрешимость нелокальной задачи Гурса с интегральными условиями первого рода для общего уравнения с доминирующей смешанной производной второго порядка была исследована в [1]. Интегральные условия нашей задачи являются нелокальными условиями второго рода, поэтому для исследования разрешимости задачи (1)-(3) мы предлагаем другой метод.

Введением новой неизвестной функции

$$v(x,y) = u(x,y) + \int\limits_0^a K_1(\xi,y)u(\xi,y)d\xi + \int\limits_0^b K_2(x,\eta)u(x,\eta)d\eta \tag{4}$$

нелокальная задача сведена к классической задаче Гурса, но для нагруженного уравнения.

Получены условия, выполнение которых гарантирует существование единственного решения поставленной задачи. Основным инструментом доказательства являются априорные оценки, полученные в работе.

Источники и литература

1) Пулькина Л.С. О разрешимости в L_2 нелокальной задачи с интегральными условиями для гиперболического уравнения // Дифференц. уравн., Т. 36. 2000. No. 2. С. 279-280.