

Секция «Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление»

Обобщённая синхронизация двух осцилляторов Ван-дер-Поля Дюффинга в случае прямой связи

Научный руководитель – Куликов Дмитрий Анатольевич

Канцидал Екатерина Сергеевна

Студент (магистр)

Ярославский государственный университет им. П.Г. Демидова, Ярославль, Россия

E-mail: Kisa.rudnyova@mail.ru

Изучается вопрос о взаимодействии двух осцилляторов Ван дер Поля - Дюффинга при наличии прямой связи [1,2,3]

$$\begin{cases} \ddot{x}_1 - 2\varepsilon\dot{x}_1 + (1 + \delta_1\varepsilon)x_1 + c(1 + \delta_3\varepsilon)x_2 = -\dot{x}_1x_1^2 + ax_1^3, \\ \ddot{x}_2 - 2\varepsilon\dot{x}_2 + c(1 + \delta_4\varepsilon)x_1 + (1 + \delta_2\varepsilon)x_2 = -\dot{x}_2x_2^2 + ax_2^3. \end{cases} \quad (1)$$

Здесь $a, \delta_1, \delta_2, \delta_3, \delta_4 \in \mathbb{R}$, ε - малый неотрицательный параметр. $c \in (0, 1)$.

Отметим, что если $\varepsilon = 0$, то у линеаризованной на нулевом состоянии равновесия системы (1) спектр устойчивости содержит собственные числа $\lambda_{1,3} = \pm i\sigma_1$, $\lambda_{2,4} = \pm i\sigma_2$,

$\sigma_1 = \sqrt{1+c}$, $\sigma_2 = \sqrt{1-c}$. При всех $c \in (0, 1)$ система (1) имеет два орбитально асимптотически устойчивых предельных цикла, а также двумерный инвариантный неустойчивый тор. Отметим, что при $c = \frac{4}{5}$ в системе дифференциальных уравнений (1) реализуется резонанс собственных частот 1:3.

Особенностью данной задачи является то обстоятельство, что наличие резонанса не влияет на динамику решений, принадлежащих окрестности нулевого состояния равновесия данной системы. Аналогичный вывод справедлив при реализации резонанса 1:2, который реализуется, если $c = \frac{3}{5}$. Анализ задачи использует метод интегральных многообразий и теорию нормальных форм Пуанкаре.

Источники и литература

- 1) Блэкьер О. Анализ нелинейных систем. М.: Мир, 1969. 400с.
- 2) Пиковский А., Розенблюм М., Куртц Ю. Синхронизация: Фундаментальные нелинейные явления. М.: Техносфера, 2003.
- 3) Куликов Д.А. Автомодельные циклы и их локальные бифуркации в задаче о двух слабосвязанных осцилляторах // Прикладная математика и механика. 2010. Т. 74. №4. С. 543-559.