

Об индексе фредгольмовых краевых задач с данными на всей границе для уравнения колебаний

Научный руководитель – Савин Антон Юрьевич

Болтачев Андрей Владимирович

Аспирант

Российский университет дружбы народов, Факультет физико-математических и естественных наук, Москва, Россия

E-mail: boltachevandrew@gmail.com

Пусть M — гладкое компактное риманово многообразие, Δ — неотрицательный оператор Лапласа-Бельтрами, ассоциированный с римановой метрикой. Исследуется краевая задача для уравнения колебаний на цилиндре $[0, \tau] \times M$

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + \Delta u = f, \quad (1)$$

с условиями

$$u|_{t=0} = g_1, \quad (2)$$

$$\left(Au + B \frac{\partial u}{\partial t} \right) \Big|_{t=\tau} = g_2, \quad (3)$$

где g_1, g_2 — заданные функции на M , f — заданная функция на цилиндре $[0, \tau] \times M$, а τ — заданное число (ср. [1] и [2]). Операторы A и B — псевдодифференциальные операторы на M порядков 1 и 0 соответственно.

В работе исследуется разрешимость задачи (1)-(3). Даются условия фредгольмовой разрешимости в соответствующих функциональных пространствах.

Более точно, задача сводится к некоторому уравнению на границе области. Полученное уравнение на границе оказывается ассоциированным с квантованными каноническими преобразованиями (см. [3]). Мы применяем результаты цитированной работы, чтобы дать условия фредгольмовости оператора на границе и, следовательно, условия фредгольмовости задачи (1)-(3).

Результаты получены в совместной работе с А.Ю.Савиным. Работа выполнена при финансовой поддержке Минобрнауки России в рамках государственного задания: соглашение № 075-03-2020-223/3 (FSSF-2020-0018).

Источники и литература

- 1) Антонец А.Б. „Линейные функциональные уравнения. Операторный подход“— Минск: Университетское, 1988. — С. 195-201.
- 2) Соболев С. Л. „Пример корректной краевой задачи для уравнения колебаний струны с данными на всей границе“// Докл. АН СССР. — 1956. — Т. 109, № 4. — С. 707-709.
- 3) A.Yu. Savin, E. Schrohe, B.Yu. Sternin Elliptic operators associated with groups of quantized canonical transformations. Bull. Sci. Math. 2019.