

Секция «Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление»

Анализ бифуркаций автоколебательных решений параболического дифференциального уравнения с оператором поворота пространственного аргумента и запаздыванием

Научный руководитель – Кубышкин Евгений Павлович

Куликов Владимир Александрович

Аспирант

Ярославский государственный университет им. П.Г. Демидова, Ярославль, Россия

E-mail: kulikov7677@gmail.com

Для дифференциального уравнения с запаздывающим аргументом

$$u_t(\rho, \phi, t) + u(\rho, \phi, t) = D\Delta_{\rho\phi}u(\rho, \phi, t) + K(1 + \gamma\cos(u_\theta(\rho, \phi, t - T))) \quad (1)$$

относительно функции $u(\rho, \phi, t + s)$, заданной в полярных координатах $0 \leq \rho \leq R, 0 \leq \phi \leq 2\pi$ ($R > 0$) и $t \geq 0, -T \leq s \leq 0$ ($T > 0$), в котором $\Delta_{\rho\phi}$ - оператор Лапласа, $u_\theta(\rho, \phi, t) \equiv u(\rho, (\phi + \theta) \bmod(2\pi), t)$ ($0 \leq \theta < 2\pi$) - оператор поворота пространственного аргумента, D, K - положительные постоянные, $0 < \gamma < 1$, в области $\bar{K}_R \times \mathbb{R}^+$, где круг $\bar{K}_R = \{(\rho, \phi) : 0 \leq \rho \leq R, 0 \leq \phi \leq 2\pi\}$, $\mathbb{R}^+ = \{t : 0 \leq t < \infty\}$, рассматривается начальнo-краевая задача

$$u_\rho(R, \phi, t) = 0, \quad u(\rho, 0, t) = u(\rho, 2\pi, t), \quad u_\phi(\rho, 0, t) = u_\phi(\rho, 2\pi, t),$$

$$u(\rho, \phi, t + s)|_{t=0} = u_0(\rho, \phi, s) \in H_0(K_R; -T, 0),$$

где $H_0(K_R; -T, 0)$ пространство начальных условий.

В работе исследована динамика однородных состояний равновесия и их устойчивость в зависимости от параметров уравнения (1). В плоскости основных параметров управления (коэффициента усиления K и угла поворота θ) с использованием метода D -разбиений построены области устойчивости (неустойчивости) однородных состояний равновесия. Исследована динамика областей устойчивости в зависимости от параметров и возможные механизмы потери устойчивости однородными состояниями равновесия. С использованием метода центральных многообразий и теории бифуркаций исследованы возможные бифуркации пространственно неоднородных автоколебательных решений, а также их устойчивость. Изучена динамика таких решений в окрестности границы области устойчивости в плоскости управляющих параметров.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (код проекта 19 31 90133).