Секция «Геометрия и топология»

Пространства с кватернионным оснащением

Научный руководитель – Попеленский Фёдор Юрьевич

Кряжев Арсений Сергеевич
Аспирант
Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова, Механико-математический факультет, Кафедра дифференциальной геометрии и приложений, Москва, Россия
E-mail: akriazhev@gmail.com

Хорошо известно, что кольцо $\mathbb{Z}_2$-когомологий $\mathbb{C}P^k$ изоморфно кольцу когомологий своих неподвижных под действием сопряжения точек – $\mathbb{R}P^k$ – с понижением градиуровки в два раза. Аналогичное утверждение имеет место для грассманианов, но не ограничивается только ими.

В работе [1] было показано, что упомянутый выше изоморфизм – это часть структуры, которую авторы назвали H^*-оснащением. H^*-оснащение – это два гомоморфизма в когомологиях, возникающие для некоторых пространств с инволюцией. Оно выражает связь между обычными и эквивариантными когомологиями пространства и его неподвижных точек.

Мы вводим аналогичное понятие Q-оснащения, которое появляется в ситуации, когда пространство X оснащено двумя коммутирующими инволюциями τ_1, τ_2 и кольца $\mathbb{Z}_2$-когомологий $H^{4*}(X)$ и $H^*(X^{\tau_1,\tau_2})$ изоморфны. Мотивирующими примерами являются кватернионные грассманианы и многообразия кватернионных флагов, оснащенные двумя комплексными инволюциями. Оказывается, что в таком случае можно доказать естественность и единственность Q-оснащения, а также что Q-оснащение можно определить для прямых пределов, произведений и пр. Q-оснащенных пространств. Этот список операций содержит вклейку $\mathbb{H}^n$-диска с комплексными инволюциями τ_1 и τ_2 в Q-оснащенное пространство эквивариантным отображением граничной сферы.

Важной частью структуры H-оснащения в [1] было так называемое уравнение сопряжения. В [2] коэффициенты сопряжения уравнения были рассчитаны в терминах квадратов Стинрода. Для Q-оснащения мы вводим соответствующее уравнение и выражаем его через операции Стинрода, давая для них явную формулу.

Источники и литература

1) J.–C. Hausmann, T.S. Holm, V. Puppe. Conjugation spaces. Algebr. Geom. Topol. Volume 5, Number 3 (2005), 923–964.
2) M. Franz, V. Puppe. Steenrod squares on conjugation spaces. C. R. Acad. Sci. Paris, Ser. I, 342 (2006) 187–190 (arXiv:math/0510157).