

**Уравнение тетраэдра Замолодчикова и преобразование звезда-треугольник для моделей Изинга**

**Научный руководитель – Талалаев Дмитрий Валерьевич**

**Казаков Антон Александрович**

*Студент (специалист)*

Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова,  
Механико-математический факультет, Кафедра высшей геометрии и топологии, Москва,  
Россия

*E-mail: anton.kazakov.4@mail.ru*

Определим  $n$ -модель Поттса на произвольном реберно-взвешенном графе  $G$  следующим образом:

**Определение 1.**

- состоянием  $\sigma$  назовем функцию  $\sigma : V \rightarrow \mathbb{Z}_n$ ;
- вес состояния  $\sigma$  определяется по формуле:

$$W_G(\sigma) := \prod_{e \in E} i_e(\delta(e)),$$

где для любого ребра  $e = vw$  с весами  $\alpha_e, \beta_e$  значение  $i_e(\delta(e))$  определяется с помощью стандартной дельта-функции Кронекера по формуле:

$$i_e(\delta(e)) = \beta_e + (\alpha_e - \beta_e)\delta(\sigma(v) - \sigma(w));$$

- определим статистическую сумму  $Z_n(G)$  модели как сумму весов всех возможных состояний  $\sigma$  :

$$Z_n(G) = \sum_{\sigma} W_G(\sigma) = \sum_{\sigma} \prod_{e \in E} (\beta_e + (\alpha_e - \beta_e)\delta(\sigma_e)) = \prod_{e \in E} \beta_e \sum_{\sigma} \prod_{e \in E} (1 + (t_e - 1)\delta(\sigma_e)),$$

где  $t_e = \frac{\alpha_e}{\beta_e}$  редуцированный вес ребра  $e$ .

Целью доклада будет изучение локального преобразования звезда-треугольник, сохраняющего статистическую сумму  $n$ -модели Поттса.

В докладе будет рассказано, что для  $n \neq 2$  преобразование звезда-треугольник в общем случае невозможно. Однако для  $n = 2$  преобразование звезда-треугольник может быть осуществлено всегда и, более того, удовлетворяет уравнению тетраэдра Замолодчикова. В конце доклада будет отмечена связь этого решения с superurban renewal преобразованием для димерных моделей и анзацем Сергеева-Корепамова-Кашаева решения уравнения Янга-Бакстера.

Литература.

1. Bychkov B., Kazakov A., Talalaev D. Functional relations on anisotropic Potts models: from Biggs formula to Zamolodchikov equation //arXiv preprint arXiv:2005.10288 – 2021.
2. Biggs N. L. et al. Interaction models. – Cambridge University Press, 1977. – Т. 30.
3. Baxter R. J. Exactly solved models in statistical mechanics. – Elsevier, 2016.
4. Кашаев Р. М., Корепапов И. Г., Сергеев С. М. Функциональное уравнение тетраэдров //Теоретическая и математическая физика. – 1998. – Т. 117. – №. 3. – С. 370-384.
5. Galashin P., Pylyavskyy P. Ising model and the positive orthogonal Grassmannian //arXiv preprint arXiv:1807.03282. – 2018.

**Иллюстрации**

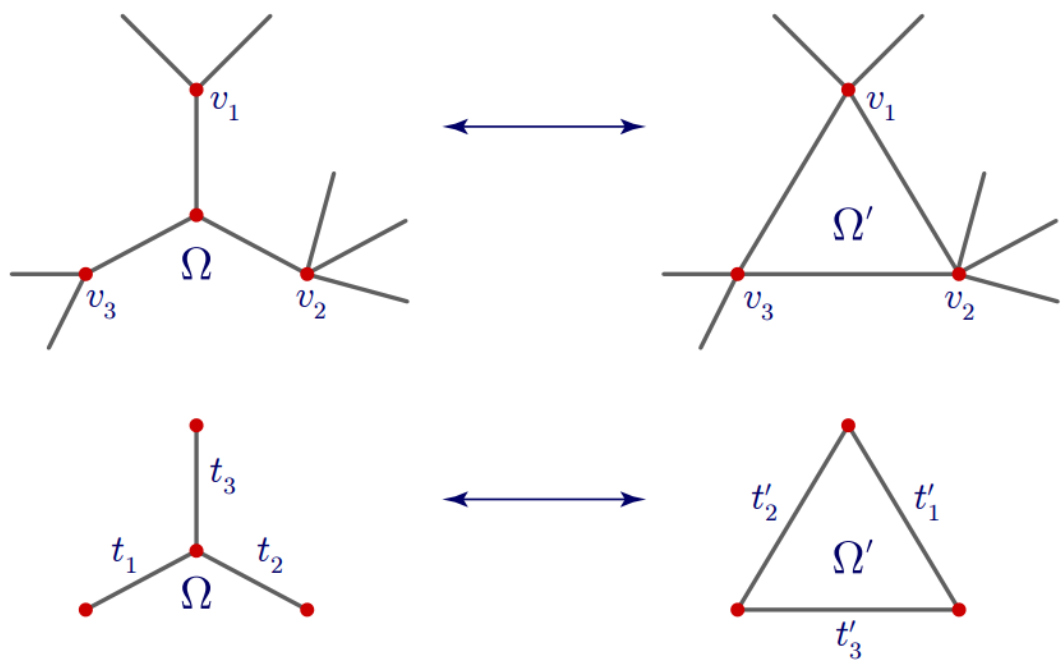


Рис. 1. Преобразование звезда-треугольник