Секция «Теория вероятностей и математическая статистика»

Вероятностный подход к анализу одной модели динамики мнений с бесконечным числом индивидуумов

Научный руководитель – Манита Анатолий Дмитриевич

Игнатовская Валерия Анатольевна

Аспирант

Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова,
Механико-математический факультет, Кафедра теории вероятностей, Москва, Россия

E-mail: vaignatovskaya@gmail.com

Мы исследуем систему $x(t) = (..., x_{-1}(t), x_0(t), x_1(t), ...)$ из *счетного* числа взаимодействующих частиц. Координату частицы $x_i(t) \in \mathbb{R}$ мы будем интерпретировать как мнение индивидуума i. Конфигурация $x(t)$ обновляется в дискретном времени $t = 0, 1, 2, ...$ по правилу:

$$x_j(t+1) = \sum_{l=-k}^{k} w_l x_{j+l}(t)$$

с условиями $\sum\limits_{l=-k}^{k} w_l = 1$, $\forall l \quad w_l \geq 0$ и $\sum\limits_{j=-k}^{k} j w_j = 0$.

Эти предположения интерпретируются следующим образом: каждый j-ый индивидуум при формировании мнения учитывает только мнения индивидуумов из своей k-окрестности: $O_j = \{n : |j-n| \leq k\}$. Число w_l – степень влияния $(j+l)$-ого индивидуума на j-ого индивидуума. Условие $\sum\limits_{j=-k}^{k} j w_j = 0$ можно рассматривать как условие одинакового влияния индивидуумов, стоящих слева и справа.

Наша модель является модификацией известной модели динамики мнений с *конечным* числом индивидуумов, впервые описанной в работе DeGroot [3]. Легко видеть, что равноотстоящая начальная конфигурация частиц

$$x(0) = (..., -2\delta, -\delta, \quad 0, \quad \delta, \quad 2\delta, ...), \quad \delta > 0$$

является неподвижной точкой отображения $x(t) \to x(t+1)$. Мы добавляем к начальным мнениям $x_j(0)$ возмущения $\widetilde{x}_j(0) = x_j(0) + u_j$, не меняющие взаимное расположение частиц: $\forall j \quad |u_j| < \frac{\delta}{2}$. Нас интересует поведение системы на больших временах $t \to \infty$. Для решения этой задачи мы вводим вспомогательное случайное блуждание. С помощью вероятностной техники [1,2] и анализа Фурье нам удается найти пределы $\lim\limits_{t\to\infty} \widetilde{x}_j(t)$ для следующих классов возмущений:

- $\{u_j\} \in l_1(\mathbb{Z})$
- $\{u_j\} \in l_2(\mathbb{Z})$
- $\{u_j\}$ – периодические последовательности

В дальнейшем планируется распространить полученные результаты на другие классы возмущений.

Автор выражает благодарность своему научному руководителю, Маните А.Д., за постановку задачи и внимание к работе.

Источники и литература

1) Ибрагимов И.А., Линник Ю.В., Независимые и стационарно связанные величины. Наука, 1965.
2) Петров В.В., Суммы независимых случайных величин. Наука, 1972.
3) DeGroot M., Reaching a consensus. Journal of the American Statistical Association, 69:118–121, 1974.