Секция «Теория вероятностей и математическая статистика»

Геометрия виннеровского кольца

Научный руководитель – Дороговцев Андрей Анатольевич

Прокопенко Тимофей
Выпускник (магистр)
Институт математики Национальной академии наук Украины, Отдел теории случайных процессов, Киев, Украина
E-mail: tim.prokopenko1@gmail.com

В качестве случайных моделей длинных полимеров[1] рассматривются случайные кривые и случайные ломаные в $\mathbb{R}^3$. Рассмотрим три независимых броуновских моста $B_k(t), k = 1, 2, 3$ с параметром $t \in [0, 1]$. Определим виннеровское кольцо как случайную кривую $\gamma(t) = (B_1(t), B_2(t), B_3(t))$.
В докладе рассматриваются некоторые геометрические характеристики виннеровского кольца $\gamma(t)$ и его приближения случайными ломаными. Определим случайную ломаную следующим образом[2]: пусть n - параметр дробности разбиения интервала $[0, 1]$ вида $t_k = \frac{k}{2^n}$, $0 \leq k \leq 2^n$ тогда, случайная ломаная может быть представлена в следующем виде:

$$\gamma^n(t) = \sum_{k=1}^{n-1} \gamma_k(t) 1_{[t_k, t_{k-1}]}(t), \text{ где}$$

$$\gamma_k(t) = \gamma(t_k)\frac{t_{k+1} - t}{t_{k+1} - t_k} + \gamma(t_{k+1})\frac{t - t_k}{t_{k+1} - t_k}, t \in [t_k, t_{k+1}].$$

Доказано, что для всех значений параметра n случайная ломаная $\gamma^n(t)$ не имеет самопересечений. Пусть теперь P - произвольная плоскость в $\mathbb{R}^3$. Обозначим проекцию ломаной $\gamma^n(t)$ на плоскость P через $\beta^n(t)$, а число ее самопересечений $S(n)$. Показано, что справедлива следующая ассимптотическая оценка: $\mathbb{E}[S(n)] \sim n \log n,\ n \to \infty$. Так же рассмотрен интеграл от полученой характеристики по всем плоскостям проходящим через начало координат.

Источники и литература

1) den Hollander, Frank. "Random polymers."Lecture Notes in Mathematics 1974 (1995).
2) Mörters, Peter, and Yuval Peres. Brownian motion. Vol. 30. Cambridge University Press, 2010.