Секция «Теория вероятностей и математическая статистика»

Большие выбросы двумерных однородных гауссовских полей в дискретном времени

Научный руководитель – Питербарг Владимир Ильич

Козик Игорь Александрович

Аспирант

Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова,
Механико-математический факультет, Кафедра теории вероятностей, Москва, Россия
E-mail: igor.kozik@mail.ru

В докладе приведены точные асимптотики вероятностей высоких выбросов двумерных однородных гауссовских полей в дискретном времени при уменьшении шага дискретизации двумерной решетки $\mathcal{R}$. То есть, рассматривается вероятность:

$$P_X(\mathcal{T}, u, \mathcal{R}) := P\Big(\max_{(t,s)\in\mathcal{T}\cap\mathcal{R}} X(t,s) > u\Big)$$

для различных типов поведения корреляции и дисперсии поля $X(t,s)$.
Здесь $X(s,t)$, $(s,t)\in\mathbb{R}^2$, – гауссовское однородное (стационарное) поле: $EX(s,t)=0$ ковариационная функция $r(s,t)=EX(s_1,t_1)X(s_1+s,t_1+t)$ зависит от разности аргументов. Пусть $EX^2(0,0)=1$ (также $EX(0,0)=0$). Пусть для некоторых α_1, α_2, $\alpha > 0$ выполнено одно из двух соотношений

$$r_1(s,t) = 1 - |s|^{\alpha_1} - |t|^{\alpha_2} + o(|s|^{\alpha_1} + |t|^{\alpha_2}),\ \ s,t \to 0;$$

или

$$r_2(s,t) = 1 - (s^2+t^2)^{\alpha/2}(1+o(1)),\ \ s,t \to 0.$$

Также для некоторого $T > 0$ имеет место неравенство $r_i(s,t) < 1$ для всех $(s,t) \in \mathcal{T} = (0,T] \times (0,T]$, $i = 1,2$.
Далее слушателям будут представлены:

L: Локальная лемма для двумерных однородных гауссовских полей.

T: Аналог теоремы Пикандса для двумерных однородных гауссовских полей.

Источники и литература

1) Pickands J., III Upcrossing probabilities for stationary Gaussian processes. V Trans. Amer. Math. Soc. - 1969. 145. P. 51-73.
2) Питербарг В. И. Двадцать лекций о гауссовских процессах. М.: МЦНМО, 2015.
3) Питербарг В. И., Присяжнюк В. П. Асимптотика вероятности большого выброса для гауссовского нестационарного процесса Теор. вер. и матем. стат. — 1978. — Т. 18. — С. 121—133.
4) Bayer Ch., Friz P., Gatheral J. Pricing under rough volatility Quantitative Finance. — 2016. — Vol. 16, no. 6. — P. 887—904.
5) Borovkov K., Mishura Y., Novikov A., Zhitlukhin M. Bounds for expected maxima of Gaussian processes and their discrete approximations Stoch. Int. J. Probab. Stoch. Process. — 2017. — Vol. 89, no. 1. — P. 21—37.

6) Hüsler J., Piterbarg V. Extremes of a certain class of Gaussian processes Stoch. Proc. Their Appl. — 1999. — Vol. 83. — P. 257—271.
7) Makogin V. Simulation paradoxes related to a fractional Brownian motion with small Hurst index Modern Stoch. Theory Appl. — 2016. — Vol. 3. — P. 181—190.
8) Piterbarg V. I. Discrete and continuous time extremes of Gaussian processes Extremes. — 2004. — Vol. 7, no. 2. — P. 161—177.
9) Piterbarg V. I. Asymptotic Methods in Theory of Gaussian Random Processes and Fields. Providence: Amer. Math. Soc., 2012. — (Transl. Math. Monogr.; Vol. 148).
10) Козик И. А., Питербарг В.И. Большие выбросы гауссовских нестационарных процессов в дискретном времени. Фундаментальная и прикладная математика. М.: Интуит. — 2018. Т. 22, № 2. — С. 159-169.