Секция «Математическая логика, алгебра и теория чисел»

О 3-ей проблеме Рестиво-Салеми

Научный руководитель – Канель-Белов Алексей Яковлевич

Рубаненко Евгений Максимович
Студент (магистр)
Московский физико-технический институт, Москва, Россия
E-mail: erubanenko@gmail.com

Обозначения

Исследуются слова над конечными алфавитами Σ_d, где $\Sigma_d = \{a, b, \ldots, x, y, z\}, |\Sigma_d| = d, d \geq 2$.

Формулировка задачи

Существует ли n-бесстепенное слово u такое, что для некоторого слова v длины k слово uv является n-бесстепенным, а для любого слова v' длины большей k слово uv' не является n-бесстепенным?

Примерами таких слов для $n = 2, k = 1$ и алфавитов небольшого размера являются:

- $\Sigma_2 = \{a, b\}$: ba
- $\Sigma_3 = \{a, b, c\}$: $abacbabcabacba$
- $\Sigma_4 = \{a, b, c, d\}$: $cabacbabcabacbadabacbabcabacbabdcabacbabcabacbadabacbabcabacba$

Во всех случаях после приписывания слова $v = b$, получается бесквадратное слово uv, а при приписывании любого слова v' длины большей 1 в итоговом слове uv' появится квадрат.

Основная конструкция

Будем строить слова с помощью индукции по размеру алфавита.
Для алфавита $\Sigma_m = \{a, b, \ldots, x, y, z\}$ введем следующие обозначения:

- $\omega_m = y\omega_{m-1}z\omega_{m-1}bzy\omega_{m-1}z\omega_{m-1}$
- P_m – свойства слова ω_m
  1) ω_m является бесквадратным
  2) $\omega_m b$ является бесквадратным
  3) $\omega_m v, v \in \Sigma_{m-1} \setminus \{b\}$ не является бесквадратным
  4) $\omega_m z$ не является бесквадратным
  5) $\omega_m bz$ не является бесквадратным

Построенные слова ω_i являются ответом на задачу в случае $n = 2, k = 1$.

В случае $k = 1$ и произвольного n искомыми словами являются

$$\omega_m = (y(\omega_{m-1}z)^{n-1}\omega_{m-1}bz)^{n-1}y(\omega_{m-1}z)^{n-1}\omega_{m-1}$$