

**О быстром алгоритме вычисления преобразования Фурье.**

**Научный руководитель – Нестеренко Юрий Валентинович**

***Костромин Александр Николаевич***

*Студент (специалист)*

Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова,  
Механико-математический факультет, Кафедра теории чисел, Москва, Россия

*E-mail: kostromin.aleksander@yandex.ru*

Быстрые алгоритмы вычисления преобразования Фурье, возникли в связи с проблемами ускорения обработки и передачи информации, но оказались весьма полезными в связи с созданием более эффективных алгоритмов умножения больших натуральных чисел и многочленов - важной проблеме в теории алгоритмов, теории чисел и алгебре. Если длина (количество разрядов в позиционной записи) перемножаемых чисел, не превосходит  $N$ , то общепринятый алгоритм умножения двух целых чисел "столбиком" требует  $\mathcal{O}(N^2)$  арифметических операций с цифрами перемножаемых чисел. В 1962г. А.А. Карацуба [2] предложил рекурсивный алгоритм умножения целых чисел, содержащий  $\mathcal{O}(N^{\log_2 3})$  арифметических операций с цифрами. В 1965г. Кули и Тьюки в [3] опубликовали быстрый алгоритм вычисления комплексного преобразования Фурье и, хотя речь в этой работе не шла об умножении целых чисел, все последующие ускорения алгоритмов умножения были связаны с использованием различных вариантов быстрого преобразования Фурье. Две упомянутые работы имели прорывной характер и породили большое направление исследований по быстрым алгоритмам. Подробный обзор развития алгоритмов умножения можно найти в обстоятельной работе С.Б. Гашкова и И.С. Сергеева, [1]. Здесь же мы отметим лишь основные достижения.

Быстрые алгоритмы вычисления преобразования Фурье, возникли в связи с проблемами ускорения обработки и передачи информации, но оказались весьма полезными в связи с созданием более эффективных алгоритмов умножения больших натуральных чисел и многочленов - важной проблеме в теории алгоритмов, теории чисел и алгебре. Если длина (количество разрядов в позиционной записи) перемножаемых чисел, не превосходит  $N$ , то общепринятый алгоритм умножения двух целых чисел "столбиком" требует  $\mathcal{O}(N^2)$  арифметических операций с цифрами перемножаемых чисел. В 1962г. А.А. Карацуба [2] предложил рекурсивный алгоритм умножения целых чисел, содержащий  $\mathcal{O}(N^{\log_2 3})$  арифметических операций с цифрами. В 1965г. Кули и Тьюки в [3] опубликовали быстрый алгоритм вычисления комплексного преобразования Фурье и, хотя речь в этой работе не шла об умножении целых чисел, все последующие ускорения алгоритмов умножения были связаны с использованием различных вариантов быстрого преобразования Фурье. Две упомянутые работы имели прорывной характер и породили большое направление исследований по быстрым алгоритмам. Подробный обзор развития алгоритмов умножения можно найти в обстоятельной работе С.Б. Гашкова и И.С. Сергеева, Быстрые алгоритмы умножения целых чисел послужили стимулом наших исследований в этой области и, в частности, мотивировали подготовку настоящей статьи.

**Источники и литература**

- 1) [1] Гашков С.Б., Сергеев И.С. Умножение. Чебышевский сборник. 2020;21(1):101-134.

- 2) [1] Гашков С.Б., Сергеев И.С. Умножение. Чебышевский сборник. 2020;21(1):101-134.
- 3 Cooley J.W., Tukey J.W., 1965, An algorithm for the machine calculation of complex Fourier series, Math. Comp., vol. 19, no. 90, pp. 297-301.