

О вершинном 1-расширении некоторых торов

Научный руководитель – Абросимов Михаил Борисович

Лобов Александр Андреевич

Аспирант

Саратовский государственный университет имени Н.Г. Чернышевского, Факультет компьютерных наук и информационных технологий, Саратов, Россия

E-mail: unipraton@yandex.ru

Граф G' называется вершинным k -расширением (В- k Р) n -вершинного графа G , если G вкладывается во все графы, получающиеся из G' путём удаления k вершин.

Граф G' называют минимальным вершинным k -расширением (МВ- k Р) графа G если он удовлетворяет 3-м условиям:

- 1) G' является вершинным k -расширением графа G .
- 2) G' является $(n + k)$ -вершинным графом.
- 3) Среди всех графов, удовлетворяющих условиям 1 и 2, G' имеет минимальное число дополнительных рёбер.

МВ-1-Р n -вершинного графа G содержит не более n дополнительных рёбер, так как у любого графа существует тривиальное В-1-Р. Тривиальным В-1-Р графа G называют граф $G + K_1$ [1].

Тором называется граф, полученный декартовым произведением циклов $C_{n_1} \times \dots \times C_{n_k}$, $n_1, \dots, n_k \geq 3$.

Ранее был проведён вычислительный эксперимент [2], при котором были построены минимальные вершинные 1-расширения 9-вершинного и 12-вершинного торов. Для данных двух графов их тривиальное 1-расширение оказалось минимальным.

В общем случае, это не так. Для некоторых видов торов можно построить В-1-Р, количество дополнительных вершин в котором будет меньше, чем в тривиальном 1-расширении. Данный факт описывается следующей теоремой:

Теорема. О вершинном 1-расширении торов, полученных произведением чётных циклов. Для n -вершинного тора, полученного произведением чётных циклов, существует вершинное 1-расширение, количество дополнительных рёбер в котором равно $n - 1$.

Следствие Тривиальное вершинное 1-расширение для таких циклов не является минимальным.

Замечание На настоящий момент неизвестно, будет ли описанное в теореме расширение являться минимальным или нет. Это задача отдельного исследования.

Источники и литература

- 1) Абросимов М.Б., Графовые модели отказоустойчивости // Саратов. : Изд-во Саратов. ун-та, 2012. 192 с
- 2) Камил И.А.К, Вычислительный эксперимент по построению отказоустойчивых реализаций графов с числом вершин до 9 // International Journal of Open Information Technologies. 2020. Т. 8. № 9. С. 43-47.