Секция «Логика»

Нормальные выводы в натуральных исчислениях, полученных для некоторых фрагментов классической логики высказываний с помощью корреспондентного анализа

Научный руководитель – Шангин Василий Олегович

Пыльцин Артур Витальевич

Студент (магистр)

Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова, Философский факультет, Кафедра логики, Москва, Россия

E-mail: artur.pyltsin@gmail.com

Впервые идея корреспондентного анализа была сформулирована Б. Коем и А. Таммингой для предложенной Г. Пристом логики парадокса LP. На основании полученного метода были построены доказательства непротиворечивости и полноты всех расширений LP унарными и бинарными константами.

Я.И. Петрухин и В.О. Шангин предложили варианты корреспондентного анализа (бинарные случаи) для импликативного, дизъюнктивного, негативного и так называемого чистого (pure) фрагментов классической логики высказываний, а также построили доказательства непротиворечивости и полноты для соответствующих классов натуральных исчислений.

Проблема нормализации классической логики исследовалась Д. Правицем и Г. Штолмарком. Этим авторам удалось реализовать различные подходы к доказательству нормализационных теорем (и теорем о нормальной форме) для исчислений, соответствующих классической логике высказываний. В дальнейшем Э. Циммерманну удалось построить обобщенную стратегию нормализации натуральных исчислений, соответствующих расширениям импликативного фрагмента классической логики высказываний.

При этом в литературе не удается найти исследований, связывающих нормализационные теоремы для различных натуральных исчислений и корреспондентный анализ. В этом докладе на основании уже существующих исследований корреспондентно-аналитических свойств классической логики высказываний будут рассмотрены возможности нормализации расширений некоторых ее фрагментов.

Рассмотрим, например, конъюнктивный фрагмент классической логики высказываний, который формализуется следующим натуральным исчислением:

$$\wedge_{\mathbf{в}} \quad \frac{A \quad B}{A \wedge B} \qquad \wedge_{\mathbf{и1}} \quad \frac{A \wedge B}{A} \qquad \wedge_{\mathbf{и2}} \quad \frac{A \wedge B}{B}$$

Корреспондентный анализ для предложенного фрагмента можно сформулировать следующим образом:

$$f_\circ(0,0) = \begin{cases} 0, \text{iff } A \circ B, A \Rightarrow C, B \Rightarrow C \vDash C \\ 1, \text{iff } A \circ B \Rightarrow C, A \Rightarrow C, B \Rightarrow C \vDash C \end{cases}$$

$$f_\circ(0,1) = \begin{cases} 0, \text{iff } A \circ B, A \Rightarrow C, B \vDash C \\ 1, \text{iff } A \circ B \Rightarrow C, A \wedge B \Rightarrow C, B \vDash C \end{cases}$$

$$f_\circ(1,0) = \begin{cases} 0, \text{iff } A \circ B, A \vDash B \\ 1, \text{iff } A \circ B \Rightarrow C, A, A \wedge B \Rightarrow C \vDash C \end{cases}$$

$$f_\circ(1,1) = \begin{cases} 0, \text{iff } A \wedge B, A \circ B \vDash C \\ 1, \text{iff } A, B \vDash A \circ B \end{cases}$$

$$f_\sim(0) = \begin{cases} 0, \text{iff } \sim A \vDash A \\ 1, \text{iff } \sim A \Rightarrow A \vDash A \end{cases}$$

$$f_\sim(1) = \begin{cases} 0, \text{iff } A \wedge \sim A \vDash C \\ 1, \text{iff } A \vDash \sim A \end{cases}$$

Можно заметить, что построение, например, конъюнктивно-негативного фрагмента классической логики на основании предложенного корреспондентного анализа потребует – помимо известных правил редукции, предложенных Д. Правицем – построения дополнительных конструктивных процедур для того, чтобы гарантировать устранение из выводов всех максимальных формул. В качестве таких процедур можно использовать правила устранения избыточных применений и атомизации заключений правил вывода, сформулированных для константы отрицания. В этом случае слабая нормализационная теорема может быть доказана индукцией по числу максимальных формул в выводе.

Источники и литература

1) Kooi B., Tamminga A. Completeness via correspondence for extensions of the logic of paradox // The Review of Symbolic Logic. 2012.
2) Petrukhin Y., Shangin V. Correspondence Analysis for Some Fragments of Classical Propositional Logic // Logica Universalis. 2021.
3) Stålmarck G. Normalization theorems for full first order classical natural deduction // The Journal of Symbolic Logic. 1991.
4) Zimmermann E. Peirce's Rule in Natural Deduction // Theoretical Computer Science. 2002.